

Zadanie

(a) Niech p, q będą liczbami rzeczywistymi. Załóżmy, że wyróżnik równania rozwiązującego odpowiadającego równaniu

$$x^3 + px + q = 0 \quad (1)$$

jest liczbą ujemną oraz rozwiązaniami równania rozwiązującego są liczby zespolone $u = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $w = r(\cos \theta - i \sin \theta)$, gdzie $r \geq 0$, $\theta \in \mathbb{R}$. Pokazać, że wówczas pierwiastkami równania (1) są takie liczby rzeczywiste x_0, x_1, x_2 , że

$$x_k = 2\sqrt[3]{r} \cos \frac{\theta + 2k\pi}{3}, \quad \text{gdzie } k = 0, 1, 2. \quad (2)$$

(b) Korzystając ze sprowadzenia równania $x^3 - 6x^2 + 9x - 3 = 0$ do postaci (1) zapisać jego trzy pierwiastki rzeczywiste. Można zastosować metodę z punktu (a).