

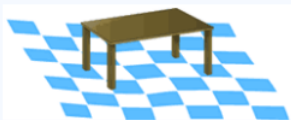
Dlaczego równania mają rozwiązania? ZADANIA

Wojciech Kryszewski



Politechnika
Łódzka

Spotkania z Matematyką Stosowaną – 8.10.2024



Twój stół się chwieje ... Co zrobić?

Po prostu obróć go aż
znajdziesz dobre położenie

Dlaczego jest to dobre rozwiązanie problemu ?

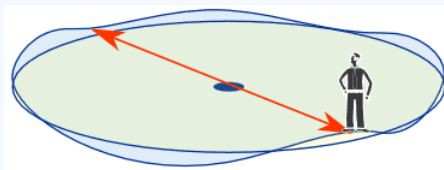


W pewnym momencie podczas okrężnej podróży znajdziesz się dokładnie na tej samej wysokości, co na początku. **CZEMU?**

O ile nie wystartujesz z najwyższego punktu

Zadanie 3

Jeśli podążasz po okrągłej ścieżce... gdzieś na tym okręgu znajdą się punkty, które będą: dokładnie naprzeciw siebie i na tej samej wysokości.



Dlaczego ?

Zadanie 4.

Niech $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją ciągłą taką, że $f(0) = f(2)$. Pokazać, że wykres f ma cięciwę o długości 1.

Zadanie 5.

Przypuśćmy, że funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągła i okresowa o okresie $T > 0$. Pokazać, że istnieje taki punkt $x_0 \in \mathbb{R}$, że $f(x_0) = f(x_0 + \frac{T}{2})$.

Zadanie 6.

Założmy, że funkcja $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągła oraz $f(0) = f(2)$. Pokazać, że znajdują się takie punkty $x_1, x_2 \in [0, 2]$, że $x_2 - x_1 = 1$ i $f(x_1) = f(x_2)$.

Zadanie 7.

Podać przykład funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, która każdą swoją wartość przyjmuje dokładnie 3 razy. Czy istnieje funkcja ciągła $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, która każdą swoją wartość przyjmuje dokładnie dwa razy?

Zadanie 8.

Przypuśćmy, że $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia $f(0)f(1) < 0$ oraz istnieje ciągła funkcja $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ taka, że $f + g$ jest funkcją (ściśle) malejącą. Pokazać, że f ma miejsce zerowe.