

Czy da się wygrać w grach losowych?

Szymon Głąb

Instytut Matematyki PŁ

W grze Lotto wybieramy 6 liczb z 49. Następnie losowanych jest 6 liczb z 49. Jeśli wylosowane zostaną dokładnie te same liczby, które wybraliśmy to wygrywamy nagrodę główną! Są też nagrody pocieszenia za trafienie piątki, czwórki czy trójki.

W grze Lotto wybieramy 6 liczb z 49. Następnie losowanych jest 6 liczb z 49. Jeśli wylosowane zostaną dokładnie te same liczby, które wybraliśmy to wygrywamy nagrodę główną! Są też nagrody pocieszenia za trafienie piątki, czwórki czy trójki. Wszystkich kombinacji jest

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{43!6!} = \frac{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\,983\,816$$

W grze Lotto wybieramy 6 liczb z 49. Następnie losowanych jest 6 liczb z 49. Jeśli wylosowane zostaną dokładnie te same liczby, które wybraliśmy to wygrywamy nagrodę główną! Są też nagrody pocieszenia za trafienie piątki, czwórki czy trójki. Wszystkich kombinacji jest

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{43!6!} = \frac{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\,983\,816$$

Policzmy ma ile sposobów można wylosować: szóstkę - 1

W grze Lotto wybieramy 6 liczb z 49. Następnie losowanych jest 6 liczb z 49. Jeśli wylosowane zostaną dokładnie te same liczby, które wybraliśmy to wygrywamy nagrodę główną! Są też nagrody pocieszenia za trafienie piątki, czwórki czy trójki. Wszystkich kombinacji jest

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{43!6!} = \frac{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\,983\,816$$

Policzmy ma ile sposobów można wylosować:
szóstkę - 1

$$\text{piątkę } \binom{6}{5} \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

W grze Lotto wybieramy 6 liczb z 49. Następnie losowanych jest 6 liczb z 49. Jeśli wylosowane zostaną dokładnie te same liczby, które wybraliśmy to wygrywamy nagrodę główną! Są też nagrody pocieszenia za trafienie piątki, czwórki czy trójki. Wszystkich kombinacji jest

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{43!6!} = \frac{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\,983\,816$$

Policzmy ma ile sposobów można wylosować:
szóstkę - 1

$$\text{piątkę } \binom{6}{5} \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

$$\text{czwórkę } \binom{6}{4} \binom{43}{2} = 15 \cdot 903 = 13\,545$$

W grze Lotto wybieramy 6 liczb z 49. Następnie losowanych jest 6 liczb z 49. Jeśli wylosowane zostaną dokładnie te same liczby, które wybraliśmy to wygrywamy nagrodę główną! Są też nagrody pocieszenia za trafienie piątki, czwórki czy trójki. Wszystkich kombinacji jest

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{43!6!} = \frac{44 \cdot 45 \cdot 46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 13\,983\,816$$

Policzmy ma ile sposobów można wylosować:
szóstkę - 1

$$\text{piątkę } \binom{6}{5} \binom{43}{1} = 6 \cdot 43 = 258$$

$$\text{czwórke } \binom{6}{4} \binom{43}{2} = 15 \cdot 903 = 13\,545$$

$$\text{trójkę } \binom{6}{3} \binom{43}{3} = 20 \cdot 12\,341 = 246\,820$$

Lotto - prawdopodobieństwa

$$P(\text{szóstka}) = \frac{1}{13\,983\,816}$$

$$P(\text{piątka}) = \frac{258}{13\,983\,816} = 0,000018 = 0,0018\%$$

$$P(\text{czwórka}) = \frac{13\,545}{13\,983\,816} = 0,00097 = 0,097\%$$

$$P(\text{trójka}) = \frac{246\,820}{13\,983\,816} = 0,01765 = 1,765\%$$

$$\begin{aligned} P(\text{brak wygranej}) &= 1 - \frac{246\,820 + 13\,545 + 258 + 1}{13\,983\,816} \\ &= 0,9814 = 98,14\% \end{aligned}$$

Średnio raz na 50 gier powinniśmy coś wygrać. Jeśli gramy raz w tygodniu, to coś wygramy raz do roku.

Grając regularnie - bez wyjątkowego szczęścia - w 50 grach wydamy $50 \cdot 3 = 150$ zł, a wygramy średnio 24 zł.

Grając regularnie - bez wyjątkowego szczęścia - w 50 grach wydamy $50 \cdot 3 = 150$ zł, a wygramy średnio 24 zł.
Czy da się tak grać, by średnio wygrywać?

Grając regularnie - bez wyjątkowego szczęścia - w 50 grach wydamy $50 \cdot 3 = 150$ zł, a wygramy średnio 24 zł.

Czy da się tak grać, by średnio wygrywać?

Spróbujmy popularną taktyką - jeśli przegram stawiam 2 razy więcej niż poprzednio.

Grając regularnie - bez wyjątkowego szczęścia - w 50 grach wydamy $50 \cdot 3 = 150$ zł, a wygramy średnio 24 zł.

Czy da się tak grać, by średnio wygrywać?

Spróbujmy popularną taktyką - jeśli przegram stawiam 2 razy więcej niż poprzednio.

Jeśli p oznacza prawdopodobieństwo wygrania, np. trafienia sześciu oczek w rzucie kostką, to

Grając regularnie - bez wyjątkowego szczęścia - w 50 grach wydamy $50 \cdot 3 = 150$ zł, a wygramy średnio 24 zł.

Czy da się tak grać, by średnio wygrywać?

Spróbujmy popularną taktyką - jeśli przegram stawiam 2 razy więcej niż poprzednio.

Jeśli p oznacza prawdopodobieństwo wygrania, np. trafienia sześciu oczek w rzucie kostką, to prawdopodobieństwo sukcesu wynosi p

Grając regularnie - bez wyjątkowego szczęścia - w 50 grach wydamy $50 \cdot 3 = 150$ zł, a wygramy średnio 24 zł.

Czy da się tak grać, by średnio wygrywać?

Spróbujmy popularną taktyką - jeśli przegram stawiam 2 razy więcej niż poprzednio.

Jeśli p oznacza prawdopodobieństwo wygrania, np. trafienia sześciu oczek w rzucie kostką, to

prawdopodobieństwo sukcesu wynosi p

prawdopodobieństwo wygrania w dopiero w 2 próbie wynosi

$$p(1 - p)$$

prawdopodobieństwo wygrania w dopiero w 3 próbie wynosi

$$p(1 - p)^2$$

Lotto - taktyka grania

Mam ograniczoną ilość pieniędzy, powiedzmy 2000 złotych.

$$p = 0,01765$$

Lotto - taktyka grania

Mam ograniczoną ilość pieniędzy, powiedzmy 2000 złotych.

$$p = 0,01765$$

Dzień	prawdop.	kwota zakładu	wygrana
1	p	3	24
2	$p(1 - p)$	6	48
3	$p(1 - p)^2$	12	96
4	$p(1 - p)^3$	24	192
5	$p(1 - p)^4$	48	384
6	$p(1 - p)^5$	96	768
7	$p(1 - p)^6$	192	1 536
8	$p(1 - p)^7$	384	3 072
9	$p(1 - p)^8$	768	6 144
10	$p(1 - p)^9$	1 536	12 288
11	?	0	-3 069

Lotto - taktyka grania

Mam ograniczoną ilość pieniędzy, powiedzmy 2000 złotych.

$$p = 0,01765$$

Dzień	prawdop.	kwota zakładu	wygrana
1	0,01754	3	24
2	0,01724	6	48
3	0,01665	12	96
4	0,01583	24	192
5	0,01485	48	384
6	0,01378	96	768
7	0,01268	192	1 536
8	0,01160	384	3 072
9	0,01056	768	6 144
10	0,00960	1 536	12 288
11	0,85967	0	-3 069

średni zysk = -2378,21 zł

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy.

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy. Niech $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$ będzie kwotą, którą postawimy w $n + 1$ grze.

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy. Niech $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$ będzie kwotą, którą postawimy w $n + 1$ grze. Wówczas w wygrana (lub strata) w $n + 1$ grze wynosi

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}$$

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy. Niech $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$ będzie kwotą, którą postawimy w $n + 1$ grze. Wówczas w wygrana (lub strata) w $n + 1$ grze wynosi

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}$$

Średnia wygrana wynosi

$$E(F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}) = E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \cdot E(X_{n+1}).$$

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy. Niech $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$ będzie kwotą, którą postawimy w $n + 1$ grze. Wówczas w wygrana (lub strata) w $n + 1$ grze wynosi

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}$$

Średnia wygrana wynosi

$$E(F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}) = E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \cdot E(X_{n+1}).$$

Skoro $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$, to $E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \geq 0$.

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy. Niech $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$ będzie kwotą, którą postawimy w $n + 1$ grze. Wówczas w wygrana (lub strata) w $n + 1$ grze wynosi

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}$$

Średnia wygrana wynosi

$$E(F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}) = E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \cdot E(X_{n+1}).$$

Skoro $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$, to $E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \geq 0$.

Średnia wygrana w $n + 1$ grze wynosi

$$0,01754 \cdot 21 + 0,98246 \cdot (-3) = -2,58 < 0.$$

Lotto - czy istnieje dobra taktyka?

Niech $X_n = 21$ jeśli w n -tej grze wygramy i $X_n = -3$ jeśli w n -tej grze przegramy. Niech $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$ będzie kwotą, którą postawimy w $n + 1$ grze. Wówczas w wygrana (lub strata) w $n + 1$ grze wynosi

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}$$

Średnia wygrana wynosi

$$E(F(X_1, X_2, \dots, X_n) \cdot X_{n+1}) = E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \cdot E(X_{n+1}).$$

Skoro $F(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0$, to $E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \geq 0$.

Średnia wygrana w $n + 1$ grze wynosi

$0,01754 \cdot 21 + 0,98246 \cdot (-3) = -2,58 < 0$. Zatem

$$E(F(X_1, X_2, \dots, X_n)) \cdot E(X_{n+1}) \leq 0.$$


```
import random
```

```
def prawdopodobienstwo_ruiny(x, c, p, liczba_sym):  
    liczba_ruin = 0
```

```
    for i in range(liczba_sym):  
        money = x  
        while money > 0 and money < c:  
            if random.random() < p:  
                money += 21  
            else:  
                money -= 3  
        if money <= 0:  
            liczba_ruin += 1  
    prawd_ruiny = liczba_ruin / liczba_sym  
    return prawd_ruiny
```

```
x = 1000
```

```
c = 1010
```

```
p = 0.01754
```

```
liczba_symulacji = 10000
```

```
ruina = prawdopodobienstwo_ruiny(x, c, p, liczba_symulacji)
```

```
print(f"Prawdopodobie stwo_ruiny_wynosi:_{ruina:.10f}")
```

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje?

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Z każdego kuponu za 3 zł, 1,224 zł jest przeznaczone na wygrane, czyli 40,8%.

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Z każdego kuponu za 3 zł, 1,224 zł jest przeznaczone na wygrane, czyli 40,8%. To oznacza, że z 41 951 448 zł wróci do nas 17 116 191 zł.

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Z każdego kuponu za 3 zł, 1,224 zł jest przeznaczone na wygrane, czyli 40,8%. To oznacza, że z 41 951 448 zł wróci do nas 17 116 191 zł. Pozostałe 24 835 257 zł musi pokryć kumulacja. Według Wikipedii tak wysoka kumulacja wydarzyła się 20 razy.

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Z każdego kuponu za 3 zł, 1,224 zł jest przeznaczone na wygrane, czyli 40,8%. To oznacza, że z 41 951 448zł wróci do nas 17 116 191zł. Pozostałe 24 835 257zł musi pokryć kumulacja. Według Wikipedii tak wysoka kumulacja wydarzyła się 20 razy.

Pamiętajmy, że od wygranych powyżej 2280,00 PLN, zryczałtowany podatek dochodowy wynosi 10%.

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Z każdego kuponu za 3 zł, 1,224 zł jest przeznaczone na wygrane, czyli 40,8%. To oznacza, że z 41 951 448 zł wróci do nas 17 116 191 zł. Pozostałe 24 835 257 zł musi pokryć kumulacja. Według Wikipedii tak wysoka kumulacja wydarzyła się 20 razy.

Pamiętajmy, że od wygranych powyżej 2280,00 PLN, zryczałtowany podatek dochodowy wynosi 10%. Wygrana przekroczy 42 miliony, więc musimy wybrać dodatkowe 4,2 miliona.

Wszystkie kupony: koszty i możliwość zarobku

Jeśli wykupimy wszystkie możliwe kombinacje, to na 100% wygramy!

Ile to kosztuje? $13\,983\,816 \cdot 3 = 41\,951\,448$ złotych

Z każdego kuponu za 3 zł, 1,224 zł jest przeznaczone na wygrane, czyli 40,8%. To oznacza, że z 41 951 448 zł wróci do nas 17 116 191 zł. Pozostałe 24 835 257 zł musi pokryć kumulacja. Według Wikipedii tak wysoka kumulacja wydarzyła się 20 razy.

Pamiętajmy, że od wygranych powyżej 2280,00 PLN, zryczałtowany podatek dochodowy wynosi 10%. Wygrana przekroczy 42 miliony, więc musimy wybrać dodatkowe 4,2 miliona. Kumulacja musi być powyżej 30 milionów (16 razy w historii).

Wszystkie kupony: logistyka

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni).

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni). Jeśli jeden kupon jest drukowany przez 10s, to na zakup wszystkich kuponów potrzebujemy 4,5 roku (robiąc to przez 24h przez cały ten czas). Cześć czasu możemy zaoszczędzić kupując zakłady systemowe.

Podsumowanie:

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni). Jeśli jeden kupon jest drukowany przez 10s, to na zakup wszystkich kuponów potrzebujemy 4,5 roku (robiąc to przez 24h przez cały ten czas). Część czasu możemy zaoszczędzić kupując zakłady systemowe.

Podsumowanie:

1. Potrzebujemy 42 milionów złotych na zakłady

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni). Jeśli jeden kupon jest drukowany przez 10s, to na zakup wszystkich kuponów potrzebujemy 4,5 roku (robiąc to przez 24h przez cały ten czas). Cześć czasu możemy zaoszczędzić kupując zakłady systemowe.

Podsumowanie:

1. Potrzebujemy 42 milionów złotych na zakłady
2. Potrzebujemy współników do zakupu zakładów

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni). Jeśli jeden kupon jest drukowany przez 10s, to na zakup wszystkich kuponów potrzebujemy 4,5 roku (robiąc to przez 24h przez cały ten czas). Cześć czasu możemy zaoszczędzić kupując zakłady systemowe.

Podsumowanie:

1. Potrzebujemy 42 milionów złotych na zakłady
2. Potrzebujemy współników do zakupu zakładów
3. Potrzebujemy olbrzymiej kumulacji

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni). Jeśli jeden kupon jest drukowany przez 10s, to na zakup wszystkich kuponów potrzebujemy 4,5 roku (robiąc to przez 24h przez cały ten czas). Cześć czasu możemy zaoszczędzić kupując zakłady systemowe.

Podsumowanie:

1. Potrzebujemy 42 milionów złotych na zakłady
2. Potrzebujemy współników do zakupu zakładów
3. Potrzebujemy olbrzymiej kumulacji
4. Potrzebujemy szczęścia (nikt inny nie może wygrać głównej nagrody)

Mamy dwa dni na zrealizowanie planu (losowania są co dwa dni). Jeśli jeden kupon jest drukowany przez 10s, to na zakup wszystkich kuponów potrzebujemy 4,5 roku (robiąc to przez 24h przez cały ten czas). Cześć czasu możemy zaoszczędzić kupując zakłady systemowe.

Podsumowanie:

1. Potrzebujemy 42 milionów złotych na zakłady
2. Potrzebujemy współników do zakupu zakładów
3. Potrzebujemy olbrzymiej kumulacji
4. Potrzebujemy szczęścia (nikt inny nie może wygrać głównej nagrody)
5. Na koniec musimy wśród 14 milionów kuponów odnaleźć ten jeden!