



Ile jest definicji? Czyli o tym, że nauka też ma swoje ograniczenia.

Jarosław Swaczyna

Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej

10.05.2022

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie

- ① Kwadratura koła
- ② Podwojenie sześciangu
- ③ Trysekcja kąta

- pierwiastki wielomianów

Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?

Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie

- 1 Kwadratura koła
- 2 Podwojenie sześciangu
- 3 Trysekcja kąta

- pierwiastki wielomianów

Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?

Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie

- 1 Kwadratura koła
- 2 Podwojenie sześcianu
- 3 Trysekcja kąta

- pierwiastki wielomianów

Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?

Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie

- 1 Kwadratura koła
- 2 Podwojenie sześcianu
- 3 Trysekcja kąta

- pierwiastki wielomianów

Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?

Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie
 - 1 Kwadratura koła
 - 2 Podwojenie sześcianu
 - 3 Trysekcja kąta

- pierwiastki wielomianów

Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?

Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie
 - 1 Kwadratura koła
 - 2 Podwojenie sześcianu
 - 3 Trysekcja kąta
- pierwiastki wielomianów
Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?

Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie
 - 1 Kwadratura koła
 - 2 Podwojenie sześcianu
 - 3 Trysekcja kąta
- pierwiastki wielomianów
Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?
Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Czego nie możemy zrobić?

- Problemy delijskie
 - 1 Kwadratura koła
 - 2 Podwojenie sześcianu
 - 3 Trysekcja kąta
- pierwiastki wielomianów
Wzory Cardano i Ferrari, ale co dla wielomianów stopnia 5 i wyżej?
Jakieś pierwiastki są (dlaczego?) - jednak brat wzorów na ich znajdowanie.

Może coś jest nie tak z metodami z których korzystamy?

Twierdzenie Gödla

Skończone układy aksjomatów, które pozwalają modelować liczby naturalne, są nierozstrzygalne. Oznacza to, że istnieją zdania których te aksjomaty ani nie dowodzą, ani nie obalają.

Coś się nie zgadza z intuicją.

Twierdzenie Gödla

Skończone układy aksjomatów, które pozwalają modelować liczby naturalne, są nierozstrzygalne. Oznacza to, że istnieją zdania których te aksjomaty ani nie dowodzą, ani nie obalają.

Coś się nie zgadza z intuicją.

Wyobraźmy sobie hotel, w którym jest nieskończenie wiele pokoi, i wszystkie są zajęte. Co zrobić, gdy do hotelu przyjedzie nowy gość?
A co, gdy będzie to kilku gości?
A co, jeśli nowych gości będzie nieskończenie wielu?

Wyobraźmy sobie hotel, w którym jest nieskończenie wiele pokoi, i wszystkie są zajęte. Co zrobić, gdy do hotelu przyjedzie nowy gość?

A co, gdy będzie to kilku gości?

A co, jeśli nowych gości będzie nieskończenie wielu?

Wyobraźmy sobie hotel, w którym jest nieskończenie wiele pokoi, i wszystkie są zajęte. Co zrobić, gdy do hotelu przyjedzie nowy gość?
A co, gdy będzie to kilku gości?

A co, jeśli nowych gości będzie nieskończenie wielu?

Wyobraźmy sobie hotel, w którym jest nieskończenie wiele pokoi, i wszystkie są zajęte. Co zrobić, gdy do hotelu przyjedzie nowy gość?
A co, gdy będzie to kilku gości?
A co, jeśli nowych gości będzie nieskończenie wielu?

Kiedy dwa zbiory mają tyle samo elementów?

Definicja równoliczności

Mówimy, że zbiory X i Y są równoliczne (mają tyle samo elementów), jeżeli istnieje taka funkcja $f: X \rightarrow Y$ która jest różnowartościowa i „na”.

Przykłady

Kiedy dwa zbiory mają tyle samo elementów?

Definicja równoliczności

Mówimy, że zbiory X i Y są równoliczne (mają tyle samo elementów), jeżeli istnieje taka funkcja $f: X \rightarrow Y$ która jest różnowartościowa i „na”.

Przykłady

Kiedy dwa zbiory mają tyle samo elementów?

Definicja równoliczności

Mówimy, że zbiory X i Y są równoliczne (mają tyle samo elementów), jeżeli istnieje taka funkcja $f: X \rightarrow Y$ która jest różnowartościowa i „na”.

Przykłady

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Definicje

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Definicje

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Definicje

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Co to jest definicja?

Skończony ciąg znaków z alfabetu. A ile jest takich definicji?

Będziemy zapisywać w systemie binarnym:

\emptyset

0

1

00

01

10

11

000

001

010

011

100

101

110

111

Definicji jest za mało nawet dla liczb rzeczywistych.
Zatem twierdzenie Gödla nie jest aż tak zaskakujące, podobnie jak
nasze wcześniejsze problemy.

Hipoteza Continuum - przykład zdania „nierozstrzygniętego”

Każdy nieskończony zbiór $A \subset \mathbb{R}$ ma tyle samo elementów co \mathbb{R} lub \mathbb{N} .

Definicji jest za mało nawet dla liczb rzeczywistych.
Zatem twierdzenie Gödla nie jest aż tak zaskakujące, podobnie jak
nasze wcześniejsze problemy.

Hipoteza Continuum - przykład zdania „nierozstrzygniętego”

Każdy nieskończony zbiór $A \subset \mathbb{R}$ ma tyle samo elementów co \mathbb{R} lub \mathbb{N} .

Dziękuję za uwagę!
Gratias pro vobis animus attentus!