

# Efekt motyla

Katarzyna Szymańska-Dębowska

Instytut Matematyki  
Politechnika Łódzka

# Efekt motyla

- model matematyczny opisujący pogodę;
- odpowiednia moc obliczeniowa;
- odpowiednia teoria matematyczna potrzebna do analizy tego modelu;
- odpowiednia teoria matematyczna : odkrycie chaosu;

- model matematyczny opisujący pogodę;
- odpowiednia moc obliczeniowa;
- odpowiednia teoria matematyczna potrzebna do analizy tego modelu;
- odpowiednia teoria matematyczna : odkrycie chaosu;

- model matematyczny opisujący pogodę;
- odpowiednia moc obliczeniowa;
- odpowiednia teoria matematyczna potrzebna do analizy tego modelu;
- odpowiednia teoria matematyczna : odkrycie chaosu;

- model matematyczny opisujący pogodę;
- odpowiednia moc obliczeniowa;
- odpowiednia teoria matematyczna potrzebna do analizy tego modelu;
- odpowiednia teoria matematyczna : odkrycie chaosu;

# Jules Henri Poincaré (1854-1912), francuski matematyk, fizyk, astronom i filozof nauki



# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos



# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré w pojedynkę zajął się dwoma (a może było ich i więcej) dziedzinami matematyki współczesnej, zaczynając praktycznie od zera;
- nie ograniczył się do zapoczątkowania nowej problematyki;
- stworzył w znacznym stopniu strukturę nowych działów, zapewniając im szybki rozwój;
- jednym z tych działów była topologia, bez topologii matematyka nie mogłaby się współcześnie rozwijać;
- stworzył teorię układów dynamicznych;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré w pojedynkę zajął się dwoma (a może było ich i więcej) dziedzinami matematyki współczesnej, zaczynając praktycznie od zera;
- nie ograniczył się do zapoczątkowania nowej problematyki;
- stworzył w znacznym stopniu strukturę nowych działów, zapewniając im szybki rozwój;
- jednym z tych działów była topologia, bez topologii matematyka nie mogłaby się współcześnie rozwijać;
- stworzył teorię układów dynamicznych;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré w pojedynkę zajął się dwoma (a może było ich i więcej) dziedzinami matematyki współczesnej, zaczynając praktycznie od zera;
- nie ograniczył się do zapoczątkowania nowej problematyki;
- stworzył w znacznym stopniu strukturę nowych działów, zapewniając im szybki rozwój;
- jednym z tych działów była topologia, bez topologii matematyka nie mogłaby się współcześnie rozwijać;
- stworzył teorię układów dynamicznych;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré w pojedynkę zajął się dwoma (a może było ich i więcej) dziedzinami matematyki współczesnej, zaczynając praktycznie od zera;
- nie ograniczył się do zapoczątkowania nowej problematyki;
- stworzył w znacznym stopniu strukturę nowych działów, zapewniając im szybki rozwój;
- jednym z tych działów była topologia, bez topologii matematyka nie mogłaby się współcześnie rozwijać;
- stworzył teorię układów dynamicznych;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré w pojedynkę zajął się dwoma (a może było ich i więcej) dziedzinami matematyki współczesnej, zaczynając praktycznie od zera;
- nie ograniczył się do zapoczątkowania nowej problematyki;
- stworzył w znacznym stopniu strukturę nowych działów, zapewniając im szybki rozwój;
- jednym z tych działów była topologia, bez topologii matematyka nie mogłaby się współcześnie rozwijać;
- stworzył teorię **układów dynamicznych**;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- chodziło tu o rozwiązywanie równań nie przez wykorzystywanie wzorów, czy liczb, lecz o opisywanie ogólnego jakościowego charakteru rozwiązań;
- znalazł sposób opisywania charakteru rozwiązań równań różniczkowych, bez wyznaczania tych rozwiązań;
- jednym z najważniejszych rezultatów do których doprowadził, jest teoria **chaosu**;
- jak to się stało? próbował rywalizując z innymi matematykami rozwiązać jeden z największych problemów matematycznych - problem trzech ciał;
- znając początkowe położenie trzech ciał określić ich ruchy w przestrzeni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- chodziło tu o rozwiązywanie równań nie przez wykorzystywanie wzorów, czy liczb, lecz o opisywanie ogólnego jakościowego charakteru rozwiązań;
- znalazł sposób opisywania charakteru rozwiązań równań różniczkowych, bez wyznaczania tych rozwiązań;
- jednym z najważniejszych rezultatów do których doprowadził, jest teoria **chaosu**;
- jak to się stało? próbował rywalizując z innymi matematykami rozwiązać jeden z największych problemów matematycznych - problem trzech ciał;
- znając początkowe położenie trzech ciał określić ich ruchy w przestrzeni;



# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- chodziło tu o rozwiązywanie równań nie przez wykorzystywanie wzorów, czy liczb, lecz o opisywanie ogólnego jakościowego charakteru rozwiązań;
- znalazł sposób opisywania charakteru rozwiązań równań różniczkowych, bez wyznaczania tych rozwiązań;
- jednym z najważniejszych rezultatów do których doprowadził, jest teoria **chaosu**;
- jak to się stało? próbował rywalizując z innymi matematykami rozwiązać jeden z największych problemów matematycznych - problem trzech ciał;
- znając początkowe położenie trzech ciał określić ich ruchy w przestrzeni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- chodziło tu o rozwiązywanie równań nie przez wykorzystywanie wzorów, czy liczb, lecz o opisywanie ogólnego jakościowego charakteru rozwiązań;
- znalazł sposób opisywania charakteru rozwiązań równań różniczkowych, bez wyznaczania tych rozwiązań;
- jednym z najważniejszych rezultatów do których doprowadził, jest teoria **chaosu**;
- jak to się stało? próbował rywalizując z innymi matematykami rozwiązać jeden z największych problemów matematycznych - problem trzech ciał;
- znając początkowe położenie trzech ciał określić ich ruchy w przestrzeni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- chodziło tu o rozwiązywanie równań nie przez wykorzystywanie wzorów, czy liczb, lecz o opisywanie ogólnego jakościowego charakteru rozwiązań;
- znalazł sposób opisywania charakteru rozwiązań równań różniczkowych, bez wyznaczania tych rozwiązań;
- jednym z najważniejszych rezultatów do których doprowadził, jest teoria **chaosu**;
- jak to się stało? próbował rywalizując z innymi matematykami rozwiązać jeden z największych problemów matematycznych - problem trzech ciał;
- znając początkowe położenie trzech ciał określić ich ruchy w przestrzeni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- to co wydaje się proste, nie zawsze takie bywa;
- rozwiązanie Poincaré było tak długie i skomplikowane, że inni matematycy oceniający pracę w konkursie musieli prosić Poincaré o wyjaśnienia;
- Poincaré podał rozwiązanie wraz z komentarzem, który zajął sto dalszych stron;
- Poincaré zachęciła do zajęcia się teorią chaosu nagroda króla Norwegii i Szwecji, Oskara II, z okazji jego urodzin;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- to co wydaje się proste, nie zawsze takie bywa;
- rozwiązanie Poincaré było tak długie i skomplikowane, że inni matematycy oceniający pracę w konkursie musieli prosić Poincaré o wyjaśnienia;
- Poincaré podał rozwiązanie wraz z komentarzem, który zajął sto dalszych stron;
- Poincaré zachęciła do zajęcia się teorią chaosu nagroda króla Norwegii i Szwecji, Oskara II, z okazji jego urodzin;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- to co wydaje się proste, nie zawsze takie bywa;
- rozwiązanie Poincaré było tak długie i skomplikowane, że inni matematycy oceniający pracę w konkursie musieli prosić Poincaré o wyjaśnienia;
- Poincaré podał rozwiązanie wraz z komentarzem, który zajął sto dalszych stron;
- Poincaré zachęciła do zajęcia się teorią chaosu nagroda króla Norwegii i Szwecji, Oskara II, z okazji jego urodzin;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- to co wydaje się proste, nie zawsze takie bywa;
- rozwiązanie Poincaré było tak długie i skomplikowane, że inni matematycy oceniający pracę w konkursie musieli prosić Poincaré o wyjaśnienia;
- Poincaré podał rozwiązanie wraz z komentarzem, który zajął sto dalszych stron;
- Poincaré zachęciła do zajęcia się teorią chaosu nagroda króla Norwegii i Szwecji, Oskara II, z okazji jego urodzin;



# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré zajął się m. in. wykazaniem stabilności Układu Słonecznego;
- problem niezwykle trudny i wyrafinowany matematycznie;
- pracował nad nim przez trzy lata;
- praca uzyskała nagrodę i wszyscy byli zachwyceni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré zajął się m. in. wykazaniem stabilności Układu Słonecznego;
- problem niezwykle trudny i wyrafinowany matematycznie;
- pracował nad nim przez trzy lata;
- praca uzyskała nagrodę i wszyscy byli zachwyceni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré zajął się m. in. wykazaniem stabilności Układu Słonecznego;
- problem niezwykle trudny i wyrafinowany matematycznie;
- pracował nad nim przez trzy lata;
- praca uzyskała nagrodę i wszyscy byli zachwyceni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- Poincaré zajął się m. in. wykazaniem stabilności Układu Słonecznego;
- problem niezwykle trudny i wyrafinowany matematycznie;
- pracował nad nim przez trzy lata;
- praca uzyskała nagrodę i wszyscy byli zachwyceni;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- wersja opublikowana różniła się tu jednak od poprzednio przedstawionej;
- pierwsza była błędna, gdyż Poincaré popełnił błąd geometryczny!, nie dostrzegł jednego przypadku;
- uzmysłowił sobie, że ów opuszczony przypadek jest znacznie ciekawszy niż sądził;
- coś jednak nie trzymało się kupy; Poincaré stanął w miejscu i powiedział 'Nie wiem, co z tym zrobić';
- chodzi tu o zjawisko, które później nazwano chaosem;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- wersja opublikowana różniła się tu jednak od poprzednio przedstawionej;
- pierwsza była błędna, gdyż Poincaré popełnił błąd geometryczny!, nie dostrzegł jednego przypadku;
- uzmysłowił sobie, że ów opuszczony przypadek jest znacznie ciekawszy niż sądził;
- coś jednak nie trzymało się kupy; Poincaré stanął w miejscu i powiedział 'Nie wiem, co z tym zrobić';
- chodzi tu o zjawisko, które później nazwano chaosem;



# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- wersja opublikowana różniła się tu jednak od poprzednio przedstawionej;
- pierwsza była błędna, gdyż Poincaré popełnił błąd geometryczny!, nie dostrzegł jednego przypadku;
- uzmysłowił sobie, że ów opuszczony przypadek jest znacznie ciekawszy niż sądził;
- coś jednak nie trzymało się kupy; Poincaré stanął w miejscu i powiedział 'Nie wiem, co z tym zrobić';
- chodzi tu o zjawisko, które później nazwano chaosem;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- wersja opublikowana różniła się tu jednak od poprzednio przedstawionej;
- pierwsza była błędna, gdyż Poincaré popełnił błąd geometryczny!, nie dostrzegł jednego przypadku;
- uzmysłowił sobie, że ów opuszczony przypadek jest znacznie ciekawszy niż sądził;
- coś jednak nie trzymało się kupy; Poincaré stanął w miejscu i powiedział 'Nie wiem, co z tym zrobić';
- chodzi tu o zjawisko, które później nazwano chaosem;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- wersja opublikowana różniła się tu jednak od poprzednio przedstawionej;
- pierwsza była błędna, gdyż Poincaré popełnił błąd geometryczny!, nie dostrzegł jednego przypadku;
- uzmysłowił sobie, że ów opuszczony przypadek jest znacznie ciekawszy niż sądził;
- coś jednak nie trzymało się kupy; Poincaré stanął w miejscu i powiedział 'Nie wiem, co z tym zrobić';
- chodzi tu o zjawisko, które później nazwano chaosem;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- pojawia się rozwiązanie tak nieregularne i skomplikowane, że zdaje się być przypadkowe;
- słowo 'chaos' nie oddaje dobrze istoty problemu;
- Poincaré jako pierwszy uchwycił istotę problemu;
- był to pierwszy przykład 'chaosu' i po raz pierwszy odkryto jego dziwne właściwości;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- pojawia się rozwiązanie tak nieregularne i skomplikowane, że zdaje się być przypadkowe;
- słowo 'chaos' nie oddaje dobrze istoty problemu;
- Poincaré jako pierwszy uchwycił istotę problemu;
- był to pierwszy przykład 'chaosu' i po raz pierwszy odkryto jego dziwne właściwości;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- pojawia się rozwiązanie tak nieregularne i skomplikowane, że zdaje się być przypadkowe;
- słowo 'chaos' nie oddaje dobrze istoty problemu;
- Poincaré jako pierwszy uchwycił istotę problemu;
- był to pierwszy przykład 'chaosu' i po raz pierwszy odkryto jego dziwne właściwości;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- pojawia się rozwiązanie tak nieregularne i skomplikowane, że zdaje się być przypadkowe;
- słowo 'chaos' nie oddaje dobrze istoty problemu;
- Poincaré jako pierwszy uchwycił istotę problemu;
- był to pierwszy przykład 'chaosu' i po raz pierwszy odkryto jego dziwne właściwości;



# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- przyznanie Poincaré w 1890 roku nagrody za rozwiązanie 'problemu trzech ciał' przyniosło mu sławę i
- przed końcem życia Poincaré był już w posiadaniu wszystkich możliwych honorowych wyróżnień, nagród i medali dostępnych matematykom;
- otrzymał też 51 nominacji do Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- przyznanie Poincaré w 1890 roku nagrody za rozwiązanie 'problemu trzech ciał' przyniosło mu sławę i
- przed końcem życia Poincaré był już w posiadaniu wszystkich możliwych honorowych wyróżnień, nagród i medali dostępnych matematykom;
- otrzymał też 51 nominacji do Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki;

# Człowiek, który przypadkowo odkrył chaos

- przyznanie Poincaré w 1890 roku nagrody za rozwiązanie 'problemu trzech ciał' przyniosło mu sławę i
- przed końcem życia Poincaré był już w posiadaniu wszystkich możliwych honorowych wyróżnień, nagród i medali dostępnych matematykom;
- otrzymał też 51 nominacji do Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki;



- **Modelowanie matematyczne** to użycie języka matematyki do opisanego zachowania jakiegoś układu (na przykład układu automatyki, biologicznego, ekonomicznego, elektrycznego, mechanicznego, termodynamicznego).

# Sprawność rachunkowa





# Arabowie

- algorytm dodawania ma tę przewagę nad algorytmem odejmowania, czy mnożenia, że możemy dodać bardzo wiele składników;
- już w XII wieku pojawiają się tablice (np. wszelkich możliwych mnożeń liczb pięciocyfrowych)
- 

$$a \cdot b = \frac{((a + b)^2 - (a - b)^2)}{4};$$

$$284 \cdot 391 = (675^2 - 107^2)/4 = 111044;$$

- ta metoda wydawać się nam może bardziej pracowita, niż liczenie tradycyjne;
- wydane w 1592 roku tablice kwadratów liczb naturalnych od 1 do 100 000 były sporym sukcesem kasowym i wszystkie ośrodki naukowe były w nie wyposażone (pozwalaly mnożyć liczby pięciocyfrowe, w tym nie tylko całkowite);

# Arabowie

- algorytm dodawania ma tę przewagę nad algorytmem odejmowania, czy mnożenia, że możemy dodać bardzo wiele składników;
- już w XII wieku pojawiają się tablice (np. wszelkich możliwych mnożeń liczb pięciocyfrowych)

$$a \cdot b = \frac{((a + b)^2 - (a - b)^2)}{4};$$

$$284 \cdot 391 = (675^2 - 107^2)/4 = 111044;$$

- ta metoda wydawać się nam może bardziej pracowita, niż liczenie tradycyjne;
- wydane w 1592 roku tablice kwadratów liczb naturalnych od 1 do 100 000 były sporym sukcesem kasowym i wszystkie ośrodki naukowe były w nie wyposażone (pozwalały mnożyć liczby pięciocyfrowe, w tym nie tylko całkowite);

# Arabowie

- algorytm dodawania ma tę przewagę nad algorytmem odejmowania, czy mnożenia, że możemy dodać bardzo wiele składników;
- już w XII wieku pojawiają się tablice (np. wszelkich możliwych mnożeń liczb pięciocyfrowych)



$$a \cdot b = \frac{((a + b)^2 - (a - b)^2)}{4};$$

$$284 \cdot 391 = (675^2 - 107^2)/4 = 111044;$$

- ta metoda wydawać się nam może bardziej pracowita, niż liczenie tradycyjne;
- wydane w 1592 roku tablice kwadratów liczb naturalnych od 1 do 100 000 były sporym sukcesem kasowym i wszystkie ośrodki naukowe były w nie wyposażone (pozwalaly mnożyć liczby pięciocyfrowe, w tym nie tylko całkowite);

- algorytm dodawania ma tę przewagę nad algorytmem odejmowania, czy mnożenia, że możemy dodać bardzo wiele składników;
- już w XII wieku pojawiają się tablice (np. wszelkich możliwych mnożeń liczb pięciocyfrowych)



$$a \cdot b = \frac{((a + b)^2 - (a - b)^2)}{4};$$

$$284 \cdot 391 = (675^2 - 107^2)/4 = 111044;$$

- ta metoda wydawać się nam może bardziej pracowita, niż liczenie tradycyjne;
- wydane w 1592 roku tablice kwadratów liczb naturalnych od 1 do 100 000 były sporym sukcesem kasowym i wszystkie ośrodki naukowe były w nie wyposażone (pozwalaly mnożyć liczby pięciocyfrowe, w tym nie tylko całkowite);

- algorytm dodawania ma tę przewagę nad algorytmem odejmowania, czy mnożenia, że możemy dodać bardzo wiele składników;
- już w XII wieku pojawiają się tablice (np. wszelkich możliwych mnożeń liczb pięciocyfrowych)



$$a \cdot b = \frac{((a + b)^2 - (a - b)^2)}{4};$$

$$284 \cdot 391 = (675^2 - 107^2)/4 = 111044;$$

- ta metoda wydawać się nam może bardziej pracowita, niż liczenie tradycyjne;
- wydane w 1592 roku tablice kwadratów liczb naturalnych od 1 do 100 000 były sporym sukcesem kasowym i wszystkie ośrodki naukowe były w nie wyposażone (pozwalały mnożyć liczby pięciocyfrowe, w tym nie tylko całkowite);

# Mnożenie za pomocą tablic matematycznych

# Mnożenie za pomocą tablic matematycznych

- proces przygotowania liczby do mnożenia jest odwrotny niż poprzednio, przecinki przesuwamy tak, by liczby były mniejsze od 1;



$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta));$$



$$0,284 \cdot 0,391 = \cos 73^{\circ}30' \cdot \cos 66^{\circ}59' = \dots = \frac{1}{2}0.2222 = 0.1111;$$

- otrzymaliśmy 111 100, ale błąd jest konsekwencją tego, że użyte tablice były tylko czterocyfrowe; wyjaśnia się tu więc dlaczego produkowano wielocyfrowe tablice;
- rekord w XVI wieku, tablice trygonometryczne co  $10''$  z dokładnością do 10 cyfr po przecinku;

# Mnożenie za pomocą tablic matematycznych

- proces przygotowania liczby do mnożenia jest odwrotny niż poprzednio, przecinki przesuwamy tak, by liczby były mniejsze od 1;



$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta));$$



$$0,284 \cdot 0,391 = \cos 73^{\circ}30' \cdot \cos 66^{\circ}59' = \dots = \frac{1}{2}0.2222 = 0.1111;$$

- otrzymaliśmy 111 100, ale błąd jest konsekwencją tego, że użyte tablice były tylko czterocyfrowe; wyjaśnia się tu więc dlaczego produkowano wielocyfrowe tablice;
- rekord w XVI wieku, tablice trygonometryczne co  $10''$  z dokładnością do 10 cyfr po przecinku;



# Mnożenie za pomocą tablic matematycznych

- proces przygotowania liczby do mnożenia jest odwrotny niż poprzednio, przecinki przesuwamy tak, by liczby były mniejsze od 1;



$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta));$$



$$0,284 \cdot 0,391 = \cos 73^{\circ}30' \cdot \cos 66^{\circ}59' = \dots = \frac{1}{2}0.2222 = 0.1111;$$

- otrzymaliśmy 111 100, ale błąd jest konsekwencją tego, że użyte tablice były tylko czterocyfrowe; wyjaśnia się tu więc dlaczego produkowano wielocyfrowe tablice;
- rekord w XVI wieku, tablice trygonometryczne co  $10''$  z dokładnością do 10 cyfr po przecinku;

# Mnożenie za pomocą tablic matematycznych

- proces przygotowania liczby do mnożenia jest odwrotny niż poprzednio, przecinki przesuwamy tak, by liczby były mniejsze od 1;



$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta));$$



$$0,284 \cdot 0,391 = \cos 73^{\circ}30' \cdot \cos 66^{\circ}59' = \dots = \frac{1}{2}0.2222 = 0.1111;$$

- otrzymaliśmy 111 100, ale błąd jest konsekwencją tego, że użyte tablice były tylko czterocyfrowe; wyjaśnia się tu więc dlaczego produkowano wielocyfrowe tablice;
- rekord w XVI wieku, tablice trygonometryczne co  $10''$  z dokładnością do 10 cyfr po przecinku;

# Mnożenie za pomocą tablic matematycznych

- proces przygotowania liczby do mnożenia jest odwrotny niż poprzednio, przecinki przesuwamy tak, by liczby były mniejsze od 1;



$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta));$$



$$0,284 \cdot 0,391 = \cos 73^{\circ}30' \cdot \cos 66^{\circ}59' = \dots = \frac{1}{2}0.2222 = 0.1111;$$

- otrzymaliśmy 111 100, ale błąd jest konsekwencją tego, że użyte tablice były tylko czterocyfrowe; wyjaśnia się tu więc dlaczego produkowano wielocyfrowe tablice;
- rekord w XVI wieku, tablice trygonometryczne co  $10''$  z dokładnością do 10 cyfr po przecinku;



- Henry Briggs (1561-1631) - najlepszym rozwiązaniem jest zajęcie się funkcjami, które dla dowolnych w miarę możliwości  $x$  i  $y$  spełniają warunek

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y);$$

- spośród wszystkich możliwych takich funkcji wybrał on te, która spełnia warunek  $f(10) = 1$ , czyli logarytm dziesiętny;
- jego dzieło „Arithmetica logarithmica” traktujące o własnościach logarytmów i sposobach posługiwania się nimi, ukazało się w 1624 roku;
- wynalazek logarytmów był najsilniejszym wzmocnieniem mocy obliczeniowej ludzkości do czasu wynalezienia komputerów;
- zdaniem Laplace’a żyjącego ponad półtora stulecia później: „wynalazek logarytmów skraca czas pracy z miesięcy do dni...”;

- Henry Briggs (1561-1631) - najlepszym rozwiązaniem jest zajęcie się funkcjami, które dla dowolnych w miarę możliwości  $x$  i  $y$  spełniają warunek

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y);$$

- spośród wszystkich możliwych takich funkcji wybrał on te, która spełnia warunek  $f(10) = 1$ , czyli logarytm dziesiętny;
- jego dzieło „Arithmetica logarithmica” traktujące o własnościach logarytmów i sposobach posługiwania się nimi, ukazało się w 1624 roku;
- wynalazek logarytmów był najsilniejszym wzmocnieniem mocy obrachunkowej ludzkości do czasu wynalezienia komputerów;
- zdaniem Laplace’a żyjącego ponad półtora stulecia później: „wynalazek logarytmów skraca czas pracy z miesięcy do dni...”;

- Henry Briggs (1561-1631) - najlepszym rozwiązaniem jest zajęcie się funkcjami, które dla dowolnych w miarę możliwości  $x$  i  $y$  spełniają warunek

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y);$$

- spośród wszystkich możliwych takich funkcji wybrał on te, która spełnia warunek  $f(10) = 1$ , czyli logarytm dziesiętny;
- jego dzieło "Arithmetica logarithmica" traktujące o własnościach logarytmów i sposobach posługiwania się nimi, ukazało się w 1624 roku;
- wynalazek logarytmów był najsilniejszym wzmocnieniem mocy obrachunkowej ludzkości do czasu wynalezienia komputerów;
- zdaniem Laplace'a żyjącego ponad półtora stulecia później: "wynalazek logarytmów skraca czas pracy z miesięcy do dni...";

- Henry Briggs (1561-1631) - najlepszym rozwiązaniem jest zajęcie się funkcjami, które dla dowolnych w miarę możliwości  $x$  i  $y$  spełniają warunek

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y);$$

- spośród wszystkich możliwych takich funkcji wybrał on te, która spełnia warunek  $f(10) = 1$ , czyli logarytm dziesiętny;
- jego dzieło "Arithmetica logarithmica" traktujące o własnościach logarytmów i sposobach posługiwania się nimi, ukazało się w 1624 roku;
- wynalazek logarytmów był najsilniejszym wzmocnieniem mocy obrachunkowej ludzkości do czasu wynalezienia komputerów;
- zdaniem Laplace'a żyjącego ponad półtora stulecia później: "wynalazek logarytmów skraca czas pracy z miesięcy do dni...";



- Henry Briggs (1561-1631) - najlepszym rozwiązaniem jest zajęcie się funkcjami, które dla dowolnych w miarę możliwości  $x$  i  $y$  spełniają warunek

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y);$$

- spośród wszystkich możliwych takich funkcji wybrał on te, która spełnia warunek  $f(10) = 1$ , czyli logarytm dziesiętny;
- jego dzieło "Arithmetica logarithmica" traktujące o własnościach logarytmów i sposobach posługiwania się nimi, ukazało się w 1624 roku;
- wynalazek logarytmów był najsilniejszym wzmocnieniem mocy obrachunkowej ludzkości do czasu wynalezienia komputerów;
- zdaniem Laplace'a żyjącego ponad półtora stulecia później: "wynalazek logarytmów skraca czas pracy z miesięcy do dni...";

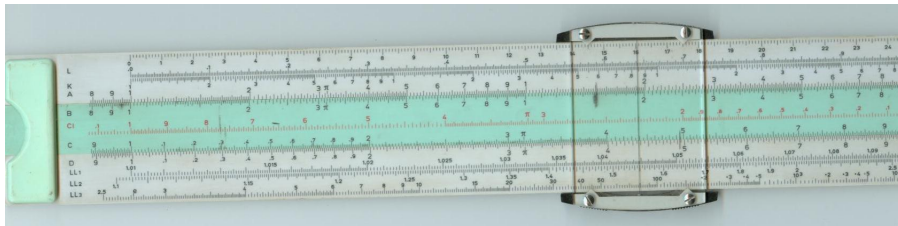


- w 1620 roku Edmund Gunter narysował na dwóch deseczkach skale logarytmiczne i zauważył, że mnożenie realizuje się przez przesuwanie deseczek;
- tak powstał przyrząd, któremu nauka, technika i ekonomia zawdzięczają ciągle jeszcze więcej niż komputerom;
- dzięki suwakowi logarytmicznemu mamy kolej, elektryczność, samochody, telewizję i elektrownie atomowe, lasery, tranzystory;

- w 1620 roku Edmund Gunter narysował na dwóch deseczkach skale logarytmiczne i zauważył, że mnożenie realizuje się przez przesuwanie deseczek;
- tak powstał przyrząd, któremu nauka, technika i ekonomia zawdzięczają ciągle jeszcze więcej niż komputerom;
- dzięki suwakowi logarytmicznemu mamy kolej, elektryczność, samochody, telewizję i elektrownie atomowe, lasery, tranzystory;

- w 1620 roku Edmund Gunter narysował na dwóch deseczkach skale logarytmiczne i zauważył, że mnożenie realizuje się przez przesuwanie deseczek;
- tak powstał przyrząd, któremu nauka, technika i ekonomia zawdzięczają ciągle jeszcze więcej niż komputerom;
- dzięki suwakowi logarytmicznemu mamy kolej, elektryczność, samochody, telewizję i elektrownie atomowe, lasery, tranzystory;

# Suwak logarytmiczny



Chaos

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1 - p_n)$$



# Model logistyczny

- iteracje:

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1 - p_n)$$

- niech  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$ ;



$$p_1 = p_0 + 3p_0(1 - p_0)$$



$$p_2 = p_1 + 3p_1(1 - p_1)$$



...

- iteracje:

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1 - p_n)$$

- niech  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$ ;



$$p_1 = p_0 + 3p_0(1 - p_0)$$



$$p_2 = p_1 + 3p_1(1 - p_1)$$



...

- iteracje:

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1 - p_n)$$

- niech  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$ ;



$$p_1 = p_0 + 3p_0(1 - p_0)$$



$$p_2 = p_1 + 3p_1(1 - p_1)$$



...

- iteracje:

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1 - p_n)$$

- niech  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$ ;



$$p_1 = p_0 + 3p_0(1 - p_0)$$



$$p_2 = p_1 + 3p_1(1 - p_1)$$



- iteracje:

$$p_{n+1} = p_n + rp_n(1 - p_n)$$

- niech  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$ ;



$$p_1 = p_0 + 3p_0(1 - p_0)$$



$$p_2 = p_1 + 3p_1(1 - p_1)$$



...

00G  
orzy  
niu  
- p)

powtórzenia	CASIO	HP
1	<u>0,0397</u>	<u>0,0397</u>
2	<u>0,15407173</u>	<u>0,15407173</u>
3	<u>0,5450726260</u>	<u>0,545072626044</u>
4	<u>1,288978001</u>	<u>1,28897800119</u>
5	<u>0,1715191421</u>	<u>0,171519142100</u>
10	<u>0,7229143012</u>	<u>0,722914301711</u>
15	<u>1,270261775</u>	<u>1,27026178116</u>
20	<u>0,5965292447</u>	<u>0,596528770927</u>
25	<u>1,315587846</u>	<u>1,31558435183</u>
30	<u>0,3742092321</u>	<u>0,374647695060</u>
35	<u>0,9233215064</u>	<u>0,908845072341</u>
40	<u>0,0021143643</u>	<u>0,143971503996</u>
45	<u>1,219763115</u>	<u>1,23060086551</u>
50	<u>0,0036616295</u>	<u>0,225758993390</u>

Tabela 1.2: Dwa różne kalkulatory wykonujące to samo obli-

# Model logistyczny



- niewielka różnica pomiędzy dwoma kalkulatorami, to znaczy ich różna dokładność, powiększa się tak szybko, że moc przewidywania kalkulatorów znika;
- sprawa jest jednak znacznie bardziej skomplikowana niż to co do tej pory widzieliśmy;
- dla  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$  otrzymujemy;

- niewielka różnica pomiędzy dwoma kalkulatorami, to znaczy ich różna dokładność, powiększa się tak szybko, że moc przewidywania kalkulatorów znika;
- sprawa jest jednak znacznie bardziej skomplikowana niż to co do tej pory widzieliśmy;
- dla  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$  otrzymujemy;

- niewielka różnica pomiędzy dwoma kalkulatorami, to znaczy ich różna dokładność, powiększa się tak szybko, że moc przewidywania kalkulatorów znika;
- sprawa jest jednak znacznie bardziej skomplikowana niż to co do tej pory widzieliśmy;
- dla  $r = 3$  i  $p_0 = 0,01$  otrzymujemy;

powtórzenia	$p + rp(1 - p)$	$(1 + r)p - rp^2$
1	<u>0,0397</u>	<u>0,0397</u>
2	<u>0,15407173</u>	<u>0,15407173</u>
3	<u>0,5450726260</u>	<u>0,5450726260</u>
4	<u>1,288978001</u>	<u>1,288978001</u>
5	<u>0,1715191421</u>	<u>0,1715191421</u>
10	<u>0,7229143012</u>	<u>0,7229143012</u>
11	<u>1,323841944</u>	<u>1,323841944</u>
12	<u>0,03769529734</u>	<u>0,03769529724</u>
13	<u>0,146518383</u>	<u>0,1465183826</u>
14	<u>0,5216706225</u>	<u>0,5216706212</u>
15	<u>1,270261775</u>	<u>1,270261774</u>
20	<u>0,5965292447</u>	<u>0,5965293261</u>
25	<u>1,315587846</u>	<u>1,315588447</u>
30	<u>0,3742092321</u>	<u>0,3741338572</u>
35	<u>0,9233215064</u>	<u>0,9257966719</u>
40	<u>0,0021143643</u>	<u>0,0144387553</u>
45	<u>1,219763115</u>	<u>0,0497855318</u>

$p + rp(1 + r)$   
 $a(1 + r)$

Tabela 1.5: Dwa różne sposoby obliczania wartości tej samej funkcji



- w pierwszej chwili trudno uwierzyć własnym oczom;
- oto pojawia się wirus nieprzewidywalności;
- chaos;
- można się spierać, czy takie zjawiska są rzadkie;
- od kiedy pojawił się chaos (załamanie możliwości przewidywania) nastąpił prawdziwy wysiew artykułów, które wskazywały na to, że chaos jest właściwą regułą w świecie, podczas gdy porządek (przewidywanie) jest właściwie wyjątkiem;

- w pierwszej chwili trudno uwierzyć własnym oczom;
- oto pojawia się wirus nieprzewidywalności;
- chaos;
- można się spierać, czy takie zjawiska są rzadkie;
- od kiedy pojawił się chaos (załamanie możliwości przewidywania) nastąpił prawdziwy wysiew artykułów, które wskazywały na to, że chaos jest właściwą regułą w świecie, podczas gdy porządek (przewidywanie) jest właściwie wyjątkiem;

- w pierwszej chwili trudno uwierzyć własnym oczom;
- oto pojawia się wirus nieprzewidywalności;
- chaos;
- można się spierać, czy takie zjawiska są rzadkie;
- od kiedy pojawił się chaos (załamanie możliwości przewidywania) nastąpił prawdziwy wysiew artykułów, które wskazywały na to, że chaos jest właściwą regułą w świecie, podczas gdy porządek (przewidywanie) jest właściwie wyjątkiem;



- w pierwszej chwili trudno uwierzyć własnym oczom;
- oto pojawia się wirus nieprzewidywalności;
- chaos;
- można się spierać, czy takie zjawiska są rzadkie;
- od kiedy pojawił się chaos (załamanie możliwości przewidywania) nastąpił prawdziwy wysiew artykułów, które wskazywały na to, że chaos jest właściwą regułą w świecie, podczas gdy porządek (przewidywanie) jest właściwie wyjątkiem;

- w pierwszej chwili trudno uwierzyć własnym oczom;
- oto pojawia się wirus nieprzewidywalności;
- chaos;
- można się spierać, czy takie zjawiska są rzadkie;
- od kiedy pojawił się chaos (załamanie możliwości przewidywania) nastąpił prawdziwy wysiew artykułów, które wskazywały na to, że chaos jest właściwą regułą w świecie, podczas gdy porządek (przewidywanie) jest właściwie wyjątkiem;



- chaos ma tendencje podporządkowywania się pewnym stałym regułom;
- ich zrozumienie zawdzięczamy właśnie komputerom, symulacje są bardzo wrażliwe na błędy wynikające z istnienia chaosu;
- model wzrostu populacji (funkcja kwadratowa!) jest tylko jednym z całej rodziny systemów sprzężenia zwrotnego, wykazujących bardzo skomplikowane zachowanie;
- parametry;

- chaos ma tendencje podporządkowywania się pewnym stałym regułom;
- ich zrozumienie zawdzięczamy właśnie komputerom, symulacje są bardzo wrażliwe na błędy wynikające z istnienia chaosu;
- model wzrostu populacji (funkcja kwadratowa!) jest tylko jednym z całej rodziny systemów sprzężenia zwrotnego, wykazujących bardzo skomplikowane zachowanie;
- parametry;

- chaos ma tendencje podporządkowywania się pewnym stałym regułom;
- ich zrozumienie zawdzięczamy właśnie komputerom, symulacje są bardzo wrażliwe na błędy wynikające z istnienia chaosu;
- model wzrostu populacji (funkcja kwadratowa!) jest tylko jednym z całej rodziny systemów sprzężenia zwrotnego, wykazujących bardzo skomplikowane zachowanie;
- parametry;

- chaos ma tendencje podporządkowywania się pewnym stałym regułom;
- ich zrozumienie zawdzięczamy właśnie komputerom, symulacje są bardzo wrażliwe na błędy wynikające z istnienia chaosu;
- model wzrostu populacji (funkcja kwadratowa!) jest tylko jednym z całej rodziny systemów sprzężenia zwrotnego, wykazujących bardzo skomplikowane zachowanie;
- parametry;





- fakt, że chaos jest generowany za pomocą reguł, które pozostają niezienne i deterministyczne, może na pozór wydawać się paradoksem;
- w praktyce małe niedokładności, małe błędy pomiarów na przykład, są wielokrotnie powiększane, wskutek czego zachowanie, nawet jeśli da się przewidzieć na krótką metę, po dłuższym czasie staje się nieprzewidywalne;
- odkrycie takiego rodzaju zachowania jest jednym z osiągnięć teorii chaosu;

- fakt, że chaos jest generowany za pomocą reguł, które pozostają niezienne i deterministyczne, może na pozór wydawać się paradoksem;
- w praktyce małe niedokładności, małe błędy pomiarów na przykład, są wielokrotnie powiększane, wskutek czego zachowanie, nawet jeśli da się przewidzieć na krótką metę, po dłuższym czasie staje się nieprzewidywalne;
- odkrycie takiego rodzaju zachowania jest jednym z osiągnięć teorii chaosu;

- fakt, że chaos jest generowany za pomocą reguł, które pozostają niezienne i deterministyczne, może na pozór wydawać się paradoksem;
- w praktyce małe niedokładności, małe błędy pomiarów na przykład, są wielokrotnie powiększane, wskutek czego zachowanie, nawet jeśli da się przewidzieć na krótką metę, po dłuższym czasie staje się nieprzewidywalne;
- odkrycie takiego rodzaju zachowania jest jednym z osiągnięć teorii chaosu;



- **Meteorologia** - w obecnym rozumieniu - jest nauką zajmującą się strukturą i zachowaniem się atmosfery, czyli tej części powłoki gazowej otaczającej Ziemię, która rozciąga się od jej powierzchni do wysokości około 100 km;
- Nazwa meteorologii pochodzi od pierwszego 'naukowego' traktatu jej poświęconego -Meteorologica- napisanego przez Arystotelesa w IV wieku pne;
- meteoros - słowo greckie - coś spadającego z nieba, a więc deszcz, śnieg, grad, meteoryty;
- 'Osiem wiatrów' Arystotelesa;
- '... wiatr etezjański (monsun) jest spowodowany topnieniem śniegu...'
-

- **Meteorologia** - w obecnym rozumieniu - jest nauką zajmującą się strukturą i zachowaniem się atmosfery, czyli tej części powłoki gazowej otaczającej Ziemię, która rozciąga się od jej powierzchni do wysokości około 100 km;
- Nazwa meteorologii pochodzi od pierwszego 'naukowego' traktatu jej poświęconego -Meteorologica- napisanego przez Arystotelesa w IV wieku pne;
- meteoros - słowo greckie - coś spadającego z nieba, a więc deszcz, śnieg, grad, meteoryty;
- 'Osieć wiatrów' Arystotelesa;
- '... wiatr etezjański (monsun) jest spowodowany topnieniem śniegu...'
-

- **Meteorologia** - w obecnym rozumieniu - jest nauką zajmującą się strukturą i zachowaniem się atmosfery, czyli tej części powłoki gazowej otaczającej Ziemię, która rozciąga się od jej powierzchni do wysokości około 100 km;
- Nazwa meteorologii pochodzi od pierwszego 'naukowego' traktatu jej poświęconego -Meteorologica- napisanego przez Arystotelesa w IV wieku pne;
- meteoros - słowo greckie - coś spadającego z nieba, a więc deszcz, śnieg, grad, meteoryty;
- 'Osiem wiatrów' Arystotelesa;
- '... wiatr etezjański (monsun) jest spowodowany topnieniem śniegu...'
-

- **Meteorologia** - w obecnym rozumieniu - jest nauką zajmującą się strukturą i zachowaniem się atmosfery, czyli tej części powłoki gazowej otaczającej Ziemię, która rozciąga się od jej powierzchni do wysokości około 100 km;
- Nazwa meteorologii pochodzi od pierwszego 'naukowego' traktatu jej poświęconego -Meteorologica- napisanego przez Arystotelesa w IV wieku pne;
- meteoros - słowo greckie - coś spadającego z nieba, a więc deszcz, śnieg, grad, meteoryty;
- 'Osiem wiatrów' Arystotelesa;
- '... wiatr etezjański (monsun) jest spowodowany topnieniem śniegu...'
-



- **Meteorologia** - w obecnym rozumieniu - jest nauką zajmującą się strukturą i zachowaniem się atmosfery, czyli tej części powłoki gazowej otaczającej Ziemię, która rozciąga się od jej powierzchni do wysokości około 100 km;
- Nazwa meteorologii pochodzi od pierwszego 'naukowego' traktatu jej poświęconego -Meteorologica- napisanego przez Arystotelesa w IV wieku pne;
- meteoros - słowo greckie - coś spadającego z nieba, a więc deszcz, śnieg, grad, meteoryty;
- 'Osiem wiatrów' Arystotelesa;
- '... wiatr etezjański (monsun) jest spowodowany topnieniem śniegu...'



- **Meteorologia** - w obecnym rozumieniu - jest nauką zajmującą się strukturą i zachowaniem się atmosfery, czyli tej części powłoki gazowej otaczającej Ziemię, która rozciąga się od jej powierzchni do wysokości około 100 km;
- Nazwa meteorologii pochodzi od pierwszego 'naukowego' traktatu jej poświęconego -Meteorologica- napisanego przez Arystotelesa w IV wieku pne;
- meteoros - słowo greckie - coś spadającego z nieba, a więc deszcz, śnieg, grad, meteoryty;
- 'Osiem wiatrów' Arystotelesa;
- '... wiatr etezjański (monsun) jest spowodowany topnieniem śniegu...'
-



- północno zachodni Europejczycy zainteresowali się pogodą gdy porzucili koczowniczy tryb życia, zaczęli siać i zbierać plony oraz żeglować;
- powstała wielka ilość przepowiedni ludowych jak zbyt późne lub zbyt wczesne loty ptaków, sen zimowy dzikich zwierząt, kolor nieba o zachodzie słońca, typy i kolejność występowania różnych form chmurowych, bóle stawów, migreny, itp.;

- północno zachodni Europejczycy zainteresowali się pogodą gdy porzucili koczowniczy tryb życia, zaczęli siać i zbierać plony oraz żeglować;
- powstała wielka ilość przepowiedni ludowych jak zbyt późne lub zbyt wczesne loty ptaków, sen zimowy dzikich zwierząt, kolor nieba o zachodzie słońca, typy i kolejność występowania różnych form chmurowych, bóle stawów, migreny, itp.;



- w roku 1631 Galileusz wynalazł termometr, a w roku 1643 Evangelista Torricelli, jego uczeń, odkrył zasadę działania barometru (przyrząd do mierzenia ciśnienia atmosferycznego) i w umysłach ludzkich zaczęła kształtować się idea atmosfery jako spójnej całości;
- w pracach Galileusza zaobserwować możemy zarodki matematycznej teorii ruchu ciała sztywnego;
- jednak dopiero Isaac Newton (1642-1727) sformułował i ujął w postać matematycznych wzorów uniwersalne prawa fizyki rządzące każdym rodzajem materii;
- najbardziej znane jest prawo powszechnego ciążenia

$$|F(t)| = G \frac{M_s m_p}{r^2(t)};$$

- na jego podstawie Newton i Gauss przewidywali, a współcześni uczeni przewidują, orbity planet i satelitów z niewiarygodną dokładnością;

- w roku 1631 Galileusz wynalazł termometr, a w roku 1643 Evangelista Torricelli, jego uczeń, odkrył zasadę działania barometru (przyrząd do mierzenia ciśnienia atmosferycznego) i w umysłach ludzkich zaczęła kształtować się idea atmosfery jako spójnej całości;
- w pracach Galileusza zaobserwować możemy zarodki matematycznej teorii ruchu ciała sztywnego;
- jednak dopiero Isaac Newton (1642-1727) sformułował i ujął w postać matematycznych wzorów uniwersalne prawa fizyki rządzące każdym rodzajem materii;
- najbardziej znane jest prawo powszechnego ciążenia

$$|F(t)| = G \frac{M_s m_p}{r^2(t)};$$

- na jego podstawie Newton i Gauss przewidywali, a współcześni uczeni przewidują, orbity planet i satelitów z niewiarygodną dokładnością;



- w roku 1631 Galileusz wynalazł termometr, a w roku 1643 Evangelista Torricelli, jego uczeń, odkrył zasadę działania barometru (przyrząd do mierzenia ciśnienia atmosferycznego) i w umysłach ludzkich zaczęła kształtować się idea atmosfery jako spójnej całości;
- w pracach Galileusza zaobserwować możemy zarodki matematycznej teorii ruchu ciała sztywnego;
- jednak dopiero Isaac Newton (1642-1727) sformułował i ujął w postać matematycznych wzorów uniwersalne prawa fizyki rządzące każdym rodzajem materii;
- najbardziej znane jest prawo powszechnego ciążenia

$$|F(t)| = G \frac{M_s m_p}{r^2(t)};$$

- na jego podstawie Newton i Gauss przewidywali, a współcześni uczeni przewidują, orbity planet i satelitów z niewiarygodną dokładnością;

- w roku 1631 Galileusz wynalazł termometr, a w roku 1643 Evangelista Torricelli, jego uczeń, odkrył zasadę działania barometru (przyrząd do mierzenia ciśnienia atmosferycznego) i w umysłach ludzkich zaczęła kształtować się idea atmosfery jako spójnej całości;
- w pracach Galileusza zaobserwować możemy zarodki matematycznej teorii ruchu ciała sztywnego;
- jednak dopiero Isaac Newton (1642-1727) sformułował i ujął w postać matematycznych wzorów uniwersalne prawa fizyki rządzące każdym rodzajem materii;
- najbardziej znane jest prawo powszechnego ciążenia

$$|F(t)| = G \frac{M_s m_p}{r^2(t)};$$

- na jego podstawie Newton i Gauss przewidywali, a współcześni uczeni przewidują, orbity planet i satelitów z niewiarygodną dokładnością;

- w roku 1631 Galileusz wynalazł termometr, a w roku 1643 Evangelista Torricelli, jego uczeń, odkrył zasadę działania barometru (przyrząd do mierzenia ciśnienia atmosferycznego) i w umysłach ludzkich zaczęła kształtować się idea atmosfery jako spójnej całości;
- w pracach Galileusza zaobserwować możemy zarodki matematycznej teorii ruchu ciała sztywnego;
- jednak dopiero Isaac Newton (1642-1727) sformułował i ujął w postać matematycznych wzorów uniwersalne prawa fizyki rządzące każdym rodzajem materii;
- najbardziej znane jest prawo powszechnego ciążenia

$$|F(t)| = G \frac{M_s m_p}{r^2(t)};$$

- na jego podstawie Newton i Gauss przewidywali, a współcześni uczeni przewidują, orbity planet i satelitów z niewiarygodną dokładnością;



- Daniel Bernoulli (1700-1782) i Leonard Euler (1707-1783) stworzone przez Newtona metody matematyczne zastosowali do badania gazów i cieczy, których szczególnym przypadkiem jest atmosfera ziemską;
- nie dysponując pełnym matematycznym opisem praw rządzących dynamiką atmosfery ówcześni uczeni nie mogli podjąć prób rozwiązania zagadnień dotyczących meteorologii;

- Daniel Bernoulli (1700-1782) i Leonard Euler (1707-1783) stworzone przez Newtona metody matematyczne zastosowali do badania gazów i cieczy, których szczególnym przypadkiem jest atmosfera ziemską;
- nie dysponując pełnym matematycznym opisem praw rządzących dynamiką atmosfery ówcześni uczeni nie mogli podjąć prób rozwiązania zagadnień dotyczących meteorologii;



- kolejnego ważnego odkrycia eksperymentalnego dokonano dopiero w roku 1802 we Francji;
- Jaques Chares (1746-1823) stwierdził, że ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, jeśli tylko objętość gazu jest stała;
- ten wynik wraz z prawem Boyle'a prowadzi do szczególnie prostego związku między trzema parametrami termodynamicznymi: ciśnieniem, gęstością i temperaturą;
- pojawiła się tu jednakże nowa zmienna: temperatura, przez co liczba zmiennych jest ciągle o jeden większa od liczby niezależnych równań;
- odkrycia Benjanina Thompsona w roku 1798 zaowocowały sformułowaniem pierwszego prawa termodynamiki;
- energia cieplna dostarczana do płynu równa jest sumie zmiany jego energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez płyn przeciw siłom ciśnienia;



- kolejnego ważnego odkrycia eksperymentalnego dokonano dopiero w roku 1802 we Francji;
- Jaques Chares (1746-1823) stwierdził, że **ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, jeśli tylko objętość gazu jest stała**;
- ten wynik wraz z prawem Boyle'a prowadzi do szczególnie prostego związku między trzema parametrami termodynamicznymi: ciśnieniem, gęstością i temperaturą;
- **pojawiła się tu jednakże nowa zmienna: temperatura**, przez co liczba zmiennych jest ciągle o jeden większa od liczby niezależnych równań;
- odkrycia Benjanina Thompsona w roku 1798 zaowocowały sformułowaniem **pierwszego prawa termodynamiki**;
- energia cieplna dostarczana do płynu równa jest sumie zmiany jego energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez płyn przeciw siłom ciśnienia;

- kolejnego ważnego odkrycia eksperymentalnego dokonano dopiero w roku 1802 we Francji;
- Jaques Chares (1746-1823) stwierdził, że **ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, jeśli tylko objętość gazu jest stała**;
- ten wynik wraz z prawem Boyle'a prowadzi do szczególnie prostego związku między trzema parametrami termodynamicznymi: ciśnieniem, gęstością i temperaturą;
- **pojawiła się tu jednakże nowa zmienna: temperatura**, przez co liczba zmiennych jest ciągle o jeden większa od liczby niezależnych równań;
- odkrycia Benjanina Thompsona w roku 1798 zaowocowały sformułowaniem **pierwszego prawa termodynamiki**;
- energia cieplna dostarczana do płynu równa jest sumie zmiany jego energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez płyn przeciw siłom ciśnienia;

- kolejnego ważnego odkrycia eksperymentalnego dokonano dopiero w roku 1802 we Francji;
- Jaques Chares (1746-1823) stwierdził, że **ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, jeśli tylko objętość gazu jest stała**;
- ten wynik wraz z prawem Boyle'a prowadzi do szczególnie prostego związku między trzema parametrami termodynamicznymi: ciśnieniem, gęstością i temperaturą;
- **pojawiła się tu jednakże nowa zmienna: temperatura**, przez co liczba zmiennych jest ciągle o jeden większa od liczby niezależnych równań;
- odkrycia Benjanina Thompsona w roku 1798 zaowocowały sformułowaniem **pierwszego prawa termodynamiki**;
- energia cieplna dostarczana do płynu równa jest sumie zmiany jego energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez płyn przeciw siłom ciśnienia;

- kolejnego ważnego odkrycia eksperymentalnego dokonano dopiero w roku 1802 we Francji;
- Jaques Chares (1746-1823) stwierdził, że **ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, jeśli tylko objętość gazu jest stała**;
- ten wynik wraz z prawem Boyle'a prowadzi do szczególnie prostego związku między trzema parametrami termodynamicznymi: ciśnieniem, gęstością i temperaturą;
- **pojawiła się tu jednakże nowa zmienna: temperatura**, przez co liczba zmiennych jest ciągle o jeden większa od liczby niezależnych równań;
- odkrycia Benjanina Thompsona w roku 1798 zaowocowały sformułowaniem **pierwszego prawa termodynamiki**;
- energia cieplna dostarczana do płynu równa jest sumie zmiany jego energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez płyn przeciw siłom ciśnienia;

- kolejnego ważnego odkrycia eksperymentalnego dokonano dopiero w roku 1802 we Francji;
- Jaques Chares (1746-1823) stwierdził, że **ciśnienie jest wprost proporcjonalne do temperatury, jeśli tylko objętość gazu jest stała**;
- ten wynik wraz z prawem Boyle'a prowadzi do szczególnie prostego związku między trzema parametrami termodynamicznymi: ciśnieniem, gęstością i temperaturą;
- **pojawiła się tu jednakże nowa zmienna: temperatura**, przez co liczba zmiennych jest ciągle o jeden większa od liczby niezależnych równań;
- odkrycia Benjanina Thompsona w roku 1798 zaowocowały sformułowaniem **pierwszego prawa termodynamiki**;
- energia cieplna dostarczana do płynu równa jest sumie zmiany jego energii wewnętrznej oraz pracy wykonanej przez płyn przeciw siłom ciśnienia;



- pierwsze prawo termodynamiki stanowiło ostatni z elementów łamigłówki;
- pozostawała jeszcze jednak ważna luka: określenie intensywności ogrzewania układu;
- ilość ciepła otrzymywanego lub traconego przez jednostkę masy atmosfery zależy od wielu bardzo skomplikowanych procesów;
- własności absorpcyjne i emisyjne dowolnych ciał były znane dzięki badaniom Gutawa Kirrchoffa (1824-1887) i Ludwiga Boltzmana (1844-1906);
- zagadką pozostawał jednak transport ciepła związany z nieregularnymi ruchami obserwowanymi w atmosferze;

- pierwsze prawo termodynamiki stanowiło ostatni z elementów łamigłówki;
- pozostawała jeszcze jednak ważna luka: **określenie intensywności ogrzewania układu;**
- ilość ciepła otrzymywanego lub traconego przez jednostkę masy atmosfery zależy od wielu bardzo skomplikowanych procesów;
- własności absorpcyjne i emisyjne dowolnych ciał były znane dzięki badaniom Gutawa Kirrchoffa (1824-1887) i Ludwiga Boltzmana (1844-1906);
- zagadką pozostawał jednak transport ciepła związany z nieregularnymi ruchami obserwowanymi w atmosferze;



- pierwsze prawo termodynamiki stanowiło ostatni z elementów łamigłówki;
- pozostawała jeszcze jednak ważna luka: **określenie intensywności ogrzewania układu**;
- ilość ciepła otrzymywanego lub traconego przez jednostkę masy atmosfery zależy od wielu bardzo skomplikowanych procesów;
- własności absorpcyjne i emisyjne dowolnych ciał były znane dzięki badaniom Gutawa Kirrchoffa (1824-1887) i Ludwiga Boltzmana (1844-1906);
- zagadką pozostawał jednak transport ciepła związany z nieregularnymi ruchami obserwowanymi w atmosferze;

- pierwsze prawo termodynamiki stanowiło ostatni z elementów łamigłówki;
- pozostawała jeszcze jednak ważna luka: **określenie intensywności ogrzewania układu**;
- ilość ciepła otrzymywanego lub traconego przez jednostkę masy atmosfery zależy od wielu bardzo skomplikowanych procesów;
- własności absorpcyjne i emisyjne dowolnych ciał były znane dzięki badaniom Gutawa Kirrchoffa (1824-1887) i Ludwiga Boltzmana (1844-1906);
- zagadką pozostawał jednak transport ciepła związany z nieregularnymi ruchami obserwowanymi w atmosferze;

- pierwsze prawo termodynamiki stanowiło ostatni z elementów łamigłówki;
- pozostawała jeszcze jednak ważna luka: **określenie intensywności ogrzewania układu**;
- ilość ciepła otrzymywanego lub traconego przez jednostkę masy atmosfery zależy od wielu bardzo skomplikowanych procesów;
- własności absorpcyjne i emisyjne dowolnych ciał były znane dzięki badaniom Gutawa Kirrchoffa (1824-1887) i Ludwiga Boltzmana (1844-1906);
- **zagadką pozostawał jednak transport ciepła związany z nieregularnymi ruchami obserwowanymi w atmosferze**;



- w roku 1858 Helmholtz odkrył pewne ogólne własności rozwiązań równań hydrodynamiki;
- pokazał mianowicie, że tak zwana 'wirowość' elementów płynu nie zmienia swojej wartości z upływem czasu;
- trzydzieści lat później zastosował równania hydrodynamiki bezpośrednio do badania ruchów atmosferycznych;
- kolejnym zwrotnym punktem w rozwoju meteorologii było uświadomienie sobie, że równania hydrodynamiki w swej ogólnej postaci mogą być rozwiązane 'na siłę', przy użyciu metod przybliżonych;
- w 1904 roku Vilhelm Bjerknes sformułował podstawowe zagadnienie prognozowania pogody;
- mając dane obserwacyjne stanu atmosfery w jednej ustalonej chwili czasu  $t$ , znaleźć rozwiązania ogólnych równań hydrodynamiki;

- w roku 1858 Helmholtz odkrył pewne ogólne własności rozwiązań równań hydrodynamiki;
- pokazał mianowicie, że **tak zwana 'wirowość' elementów płynu nie zmienia swojej wartości z upływem czasu**;
- trzydzieści lat później zastosował równania hydrodynamiki bezpośrednio do badania ruchów atmosferycznych;
- kolejnym zwrotnym punktem w rozwoju meteorologii było uświadomienie sobie, że równania hydrodynamiki w swej ogólnej postaci mogą być rozwiązane 'na siłę', przy użyciu metod przybliżonych;
- w 1904 roku Vilhelm Bjerknes sformułował podstawowe zagadnienie prognozowania pogody;
- **mając dane obserwacyjne stanu atmosfery w jednej ustalonej chwili czasu  $t$ , znaleźć rozwiązania ogólnych równań hydrodynamiki**;

- w roku 1858 Helmholtz odkrył pewne ogólne własności rozwiązań równań hydrodynamiki;
- pokazał mianowicie, że tak zwana 'wirowość' elementów płynu nie zmienia swojej wartości z upływem czasu;
- trzydzieści lat później zastosował równania hydrodynamiki bezpośrednio do badania ruchów atmosferycznych;
- kolejnym zwrotnym punktem w rozwoju meteorologii było uświadomienie sobie, że równania hydrodynamiki w swej ogólnej postaci mogą być rozwiązane 'na siłę', przy użyciu metod przybliżonych;
- w 1904 roku Vilhelm Bjerknes sformułował podstawowe zagadnienie prognozowania pogody;
- mając dane obserwacyjne stanu atmosfery w jednej ustalonej chwili czasu  $t$ , znaleźć rozwiązania ogólnych równań hydrodynamiki;

- w roku 1858 Helmholtz odkrył pewne ogólne własności rozwiązań równań hydrodynamiki;
- pokazał mianowicie, że tak zwana 'wirowość' elementów płynu nie zmienia swojej wartości z upływem czasu;
- trzydzieści lat później zastosował równania hydrodynamiki bezpośrednio do badania ruchów atmosferycznych;
- kolejnym zwrotnym punktem w rozwoju meteorologii było uświadomienie sobie, że równania hydrodynamiki w swej ogólnej postaci mogą być rozwiązane 'na siłę', przy użyciu metod przybliżonych;
- w 1904 roku Vilhelm Bjerknes sformułował podstawowe zagadnienie prognozowania pogody;
- mając dane obserwacyjne stanu atmosfery w jednej ustalonej chwili czasu  $t$ , znaleźć rozwiązania ogólnych równań hydrodynamiki;



- w roku 1858 Helmholtz odkrył pewne ogólne własności rozwiązań równań hydrodynamiki;
- pokazał mianowicie, że tak zwana 'wirowość' elementów płynu nie zmienia swojej wartości z upływem czasu;
- trzydzieści lat później zastosował równania hydrodynamiki bezpośrednio do badania ruchów atmosferycznych;
- kolejnym zwrotnym punktem w rozwoju meteorologii było uświadomienie sobie, że równania hydrodynamiki w swej ogólnej postaci mogą być rozwiązane 'na siłę', przy użyciu metod przybliżonych;
- w 1904 roku Vilhelm Bjerknes sformułował podstawowe zagadnienie prognozowania pogody;
- mając dane obserwacyjne stanu atmosfery w jednej ustalonej chwili czasu  $t$ , znaleźć rozwiązania ogólnych równań hydrodynamiki;

- w roku 1858 Helmholtz odkrył pewne ogólne własności rozwiązań równań hydrodynamiki;
- pokazał mianowicie, że tak zwana 'wirowość' elementów płynu nie zmienia swojej wartości z upływem czasu;
- trzydzieści lat później zastosował równania hydrodynamiki bezpośrednio do badania ruchów atmosferycznych;
- kolejnym zwrotnym punktem w rozwoju meteorologii było uświadomienie sobie, że równania hydrodynamiki w swej ogólnej postaci mogą być rozwiązane 'na siłę', przy użyciu metod przybliżonych;
- w 1904 roku Vilhelm Bjerknes sformułował podstawowe zagadnienie prognozowania pogody;
- mając dane obserwacyjne stanu atmosfery w jednej ustalonej chwili czasu  $t$ , znaleźć rozwiązania ogólnych równań hydrodynamiki;

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} - g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -u \frac{\partial \rho}{\partial x} - v \frac{\partial \rho}{\partial y} - w \frac{\partial \rho}{\partial z} - \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -u \frac{\partial p}{\partial x} - v \frac{\partial p}{\partial y} - w \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{C_p p}{C_v} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} - w \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{RT}{C} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$



- zaproponowane przez Bjerknesa metody obliczeniowe wydałyby nam się dzisiaj uciążliwe i niedokładne;
- polegały na graficznym mnożeniu wektorów (na przykład prędkość wiatru) wykonywanym ręcznie i na oko w skończonym układzie punktów;
- pochłaniały ogromną ilość czasu i wymagały ogromnej cierpliwości;
- jedną z najbardziej niezwykłych i oryginalnych postaci wśród meteorologów był Lewis Fry Richardson (1881-1953);
- zainteresował się metodami dyskretnymi (schematami różnicowymi);

- zaproponowane przez Bjerknesa metody obliczeniowe wydałyby nam się dzisiaj uciążliwe i niedokładne;
- polegały na graficznym mnożeniu wektorów (na przykład prędkość wiatru) wykonywanym ręcznie i na oko w skończonym układzie punktów;
- pochłaniały ogromną ilość czasu i wymagały ogromnej cierpliwości;
- jedną z najbardziej niezwykłych i oryginalnych postaci wśród meteorologów był Lewis Fry Richardson (1881-1953);
- zainteresował się metodami dyskretnymi (schematami różnicowymi);

- zaproponowane przez Bjerknesa metody obliczeniowe wydałyby nam się dzisiaj uciążliwe i niedokładne;
- polegały na graficznym mnożeniu wektorów (na przykład prędkość wiatru) wykonywanym ręcznie i na oko w skończonym układzie punktów;
- pochłaniały ogromną ilość czasu i wymagały ogromnej cierpliwości;
- jedną z najbardziej niezwykłych i oryginalnych postaci wśród meteorologów był Lewis Fry Richardson (1881-1953);
- zainteresował się metodami dyskretnymi (schematami różnicowymi);

- zaproponowane przez Bjerknesa metody obliczeniowe wydałyby nam się dzisiaj uciążliwe i niedokładne;
- polegały na graficznym mnożeniu wektorów (na przykład prędkość wiatru) wykonywanym ręcznie i na oko w skończonym układzie punktów;
- pochłaniały ogromną ilość czasu i wymagały ogromnej cierpliwości;
- jedną z najbardziej niezwykłych i oryginalnych postaci wśród meteorologów był Lewis Fry Richardson (1881-1953);
- zainteresował się metodami dyskretnymi (schematami różnicowymi);



- zaproponowane przez Bjerknesa metody obliczeniowe wydałyby nam się dzisiaj uciążliwe i niedokładne;
- polegały na graficznym mnożeniu wektorów (na przykład prędkość wiatru) wykonywanym ręcznie i na oko w skończonym układzie punktów;
- pochłaniały ogromną ilość czasu i wymagały ogromnej cierpliwości;
- jedną z najbardziej niezwykłych i oryginalnych postaci wśród meteorologów był Lewis Fry Richardson (1881-1953);
- zainteresował się metodami dyskretnymi (**schematami różnicowymi**);



- aproksymowane za ich pomocą równania różniczkowe prowadzą do układu równań algebraicznych, których rozwiązanie może być zautomatyzowane;
- wolny czas między wyjazdami na front poświęcał na żmudne i ręcznie wykonywane obliczanie rozwiązań pełnych nieliniowych równań hydrodynamiki;
- wyniki rachunkowe Richardsona zostały opublikowane w roku 1922;
- przy końcu swojej monografii Richardson snuł fantastyczną wizję 'fabryki pogody';
- program Richardsona (1922): teatr z mapą planety, miliardy rachmistrzów pracują nad pogodą, każdy z nich w tym miejscu mapy w którym pracuje, każdy zajmuje się tylko jednym równaniem lub nawet jego częścią, spisując co chwila coraz bardziej dokładne dane - podstawy numerycznego przewidywania pogody;

- aproksymowane za ich pomocą równania różniczkowe prowadzą do układu równań algebraicznych, których rozwiązanie może być zautomatyzowane;
- wolny czas między wyjazdami na front poświęcał na żmudne i ręcznie wykonywane obliczanie rozwiązań pełnych nieliniowych równań hydrodynamiki;
- wyniki rachunkowe Richardsona zostały opublikowane w roku 1922;
- przy końcu swojej monografii Richardson snuł fantastyczną wizję 'fabryki pogody';
- program Richardsona (1922): teatr z mapą planety, miliardy rachmistrzów pracują nad pogodą, każdy z nich w tym miejscu mapy w którym pracuje, każdy zajmuje się tylko jednym równaniem lub nawet jego częścią, spisując co chwila coraz bardziej dokładne dane - podstawy numerycznego przewidywania pogody;

- aproksymowane za ich pomocą równania różniczkowe prowadzą do układu równań algebraicznych, których rozwiązanie może być zautomatyzowane;
- wolny czas między wyjazdami na front poświęcał na żmudne i ręcznie wykonywane obliczanie rozwiązań pełnych nieliniowych równań hydrodynamiki;
- wyniki rachunkowe Richardsona zostały opublikowane w roku 1922;
- przy końcu swojej monografii Richardson snuł fantastyczną wizję 'fabryki pogody';
- program Richardsona (1922): teatr z mapą planety, miliardy rachmistrzów pracują nad pogodą, każdy z nich w tym miejscu mapy w którym pracuje, każdy zajmuje się tylko jednym równaniem lub nawet jego częścią, spisując co chwila coraz bardziej dokładne dane - podstawy numerycznego przewidywania pogody;

- aproksymowane za ich pomocą równania różniczkowe prowadzą do układu równań algebraicznych, których rozwiązanie może być zautomatyzowane;
- wolny czas między wyjazdami na front poświęcał na żmudne i ręcznie wykonywane obliczanie rozwiązań pełnych nieliniowych równań hydrodynamiki;
- wyniki rachunkowe Richardsona zostały opublikowane w roku 1922;
- przy końcu swojej monografii Richardson snuł fantastyczną wizję 'fabryki pogody';
- program Richardsona (1922): teatr z mapą planety, miliardy rachmistrzów pracują nad pogodą, każdy z nich w tym miejscu mapy w którym pracuje, każdy zajmuje się tylko jednym równaniem lub nawet jego częścią, spisując co chwila coraz bardziej dokładne dane - podstawy numerycznego przewidywania pogody;

- aproksymowane za ich pomocą równania różniczkowe prowadzą do układu równań algebraicznych, których rozwiązanie może być zautomatyzowane;
- wolny czas między wyjazdami na front poświęcał na żmudne i ręcznie wykonywane obliczanie rozwiązań pełnych nieliniowych równań hydrodynamiki;
- wyniki rachunkowe Richardsona zostały opublikowane w roku 1922;
- przy końcu swojej monografii Richardson snuł fantastyczną wizję 'fabryki pogody';
- program Richardsona (1922): teatr z mapą planety, miliardy rachmistrzów pracują nad pogodą, każdy z nich w tym miejscu mapy w którym pracuje, każdy zajmuje się tylko jednym równaniem lub nawet jego częścią, spisując co chwila coraz bardziej dokładne dane - podstawy numerycznego przewidywania pogody;





- tymczasem jednak meteorologowie jak najbardziej sceptycznie zapatrywali się na możliwość wykorzystania metody Richardsona;
- w metodzie Richardsona najbardziej zniechęcająca jest ilość koniecznych obliczeń;

- tymczasem jednak meteorologowie jak najbardziej sceptycznie zapatrywali się na możliwość wykorzystania metody Richardsona;
- w metodzie Richardsona najbardziej zniechęcająca jest ilość koniecznych obliczeń;



- absolutnie niezbędnym warunkiem powodzenia jakiegokolwiek 'numerycznego prognozowania pogody' było dysponowanie urządzeniem liczącym zdolnym do wykonania prognozy na jeden dzień na przód, czyli w czasie krótszym niż 24 godziny;
- dzisiaj wiemy, że jednodniowa prognoza wymaga wykonania co najmniej 1 miliarda operacji numerycznych i logicznych;
- potrzebne jest zatem **urządzenie liczące zdolne do wykonania 10 000 operacji na sekundę**;
- w roku 1945 J.P. Eckart i John Mauchly zaprojektowali i zbudowali pierwszy komputer;
- wady: sprawność urządzeń pamięciowych ograniczona była gęstością impulsów dźwiękowych, oprogramowanie komputera było zewnętrzne, ograniczone ludzkimi możliwościami;

- absolutnie niezbędnym warunkiem powodzenia jakiegokolwiek 'numerycznego prognozowania pogody' było dysponowanie urządzeniem liczącym zdolnym do wykonania prognozy na jeden dzień na przód, czyli w czasie krótszym niż 24 godziny;
- dzisiaj wiemy, że jednodniowa prognoza wymaga wykonania co najmniej 1 miliarda operacji numerycznych i logicznych;
- potrzebne jest zatem urządzenie liczące zdolne do wykonania 10 000 operacji na sekundę;
- w roku 1945 J.P. Eckart i John Mauchly zaprojektowali i zbudowali pierwszy komputer;
- wady: sprawność urządzeń pamięciowych ograniczona była gęstością impulsów dźwiękowych, oprogramowanie komputera było zewnętrzne, ograniczone ludzkimi możliwościami;

- absolutnie niezbędnym warunkiem powodzenia jakiegokolwiek 'numerycznego prognozowania pogody' było dysponowanie urządzeniem liczącym zdolnym do wykonania prognozy na jeden dzień na przód, czyli w czasie krótszym niż 24 godziny;
- dzisiaj wiemy, że jednodniowa prognoza wymaga wykonania co najmniej 1 miliarda operacji numerycznych i logicznych;
- potrzebne jest zatem urządzenie liczące zdolne do wykonania 10 000 operacji na sekundę;
- w roku 1945 J.P. Eckart i John Mauchly zaprojektowali i zbudowali pierwszy komputer;
- wady: sprawność urządzeń pamięciowych ograniczona była gęstością impulsów dźwiękowych, oprogramowanie komputera było zewnętrzne, ograniczone ludzkimi możliwościami;

- absolutnie niezbędnym warunkiem powodzenia jakiegokolwiek 'numerycznego prognozowania pogody' było dysponowanie urządzeniem liczącym zdolnym do wykonania prognozy na jeden dzień na przód, czyli w czasie krótszym niż 24 godziny;
- dzisiaj wiemy, że jednodniowa prognoza wymaga wykonania co najmniej 1 miliarda operacji numerycznych i logicznych;
- potrzebne jest zatem **urządzenie liczące zdolne do wykonania 10 000 operacji na sekundę**;
- w roku 1945 J.P. Eckart i John Mauchly zaprojektowali i zbudowali pierwszy komputer;
- wady: sprawność urządzeń pamięciowych ograniczona była gęstością impulsów dźwiękowych, oprogramowanie komputera było zewnętrzne, ograniczone ludzkimi możliwościami;

- absolutnie niezbędnym warunkiem powodzenia jakiegokolwiek 'numerycznego prognozowania pogody' było dysponowanie urządzeniem liczącym zdolnym do wykonania prognozy na jeden dzień na przód, czyli w czasie krótszym niż 24 godziny;
- dzisiaj wiemy, że jednodniowa prognoza wymaga wykonania co najmniej 1 miliarda operacji numerycznych i logicznych;
- potrzebne jest zatem **urządzenie liczące zdolne do wykonania 10 000 operacji na sekundę**;
- w roku 1945 J.P. Eckart i John Mauchly zaprojektowali i zbudowali pierwszy komputer;
- wady: sprawność urządzeń pamięciowych ograniczona była gęstością impulsów dźwiękowych, oprogramowanie komputera było zewnętrzne, ograniczone ludzkimi możliwościami;



- absolutnie niezbędnym warunkiem powodzenia jakiegokolwiek 'numerycznego prognozowania pogody' było dysponowanie urządzeniem liczącym zdolnym do wykonania prognozy na jeden dzień na przód, czyli w czasie krótszym niż 24 godziny;
- dzisiaj wiemy, że jednodniowa prognoza wymaga wykonania co najmniej 1 miliarda operacji numerycznych i logicznych;
- potrzebne jest zatem **urządzenie liczące zdolne do wykonania 10 000 operacji na sekundę**;
- w roku 1945 J.P. Eckart i John Mauchly zaprojektowali i zbudowali pierwszy komputer;
- wady: sprawność urządzeń pamięciowych ograniczona była gęstością impulsów dźwiękowych, oprogramowanie komputera było zewnętrzne, ograniczone ludzkimi możliwościami;



- kolejnego kroku naprzód dokonał John von Neumann;
- takiej klasy maszyny musza być samoprogramowalne;
- Program Meteorologiczny von Neumanna w Princeton: włożono wiele trudu w przeanalizowanie możliwych źródeł błędów Richardsona;
- jedno z nich tkwiło w obliczeniowej niestabilności;
- w 1928 roku wiedziano już, że rozwiązania pewnych schematów różnicowych mogą być niestabilne;
- rozwiązania numeryczne stają się niestabilne, rozlatują się;

- kolejnego kroku naprzód dokonał John von Neumann;
- takiej klasy maszyny musza być samoprogramowalne;
- Program Meteorologiczny von Neumanna w Princeton: włożono wiele trudu w przeanalizowanie możliwych źródeł błędów Richardsona;
- jedno z nich tkwiło w obliczeniowej niestabilności;
- w 1928 roku wiedziano już, że rozwiązania pewnych schematów różnicowych mogą być niestabilne;
- rozwiązania numeryczne stają się niestabilne, rozlatują się;

- kolejnego kroku naprzód dokonał John von Neumann;
- takiej klasy maszyny musza być samoprogramowalne;
- Program Meteorologiczny von Neumanna w Princeton: włożono wiele trudu w przeanalizowanie możliwych źródeł błędów Richardsona;
- jedno z nich tkwiło w obliczeniowej niestabilności;
- w 1928 roku wiedziano już, że rozwiązania pewnych schematów różnicowych mogą być niestabilne;
- rozwiązania numeryczne stają się niestabilne, rozlatują się;

- kolejnego kroku naprzód dokonał John von Neumann;
- takiej klasy maszyny musza być samoprogramowalne;
- Program Meteorologiczny von Neumanna w Princeton: włożono wiele trudu w przeanalizowanie możliwych źródeł błędów Richardsona;
- jedno z nich tkwiło w obliczeniowej niestabilności;
- w 1928 roku wiedziano już, że rozwiązania pewnych schematów różnicowych mogą być niestabilne;
- rozwiązania numeryczne stają się niestabilne, rozlatują się;

- kolejnego kroku naprzód dokonał John von Neumann;
- takiej klasy maszyny musza być samoprogramowalne;
- Program Meteorologiczny von Neumanna w Princeton: włożono wiele trudu w przeanalizowanie możliwych źródeł błędów Richardsona;
- jedno z nich tkwiło w obliczeniowej niestabilności;
- w 1928 roku wiedziano już, że rozwiązania pewnych schematów różnicowych mogą być niestabilne;
- rozwiązania numeryczne stają się niestabilne, rozlatują się;

- kolejnego kroku naprzód dokonał John von Neumann;
- takiej klasy maszyny musza być samoprogramowalne;
- Program Meteorologiczny von Neumanna w Princeton: włożono wiele trudu w przeanalizowanie możliwych źródeł błędów Richardsona;
- jedno z nich tkwiło w obliczeniowej niestabilności;
- w 1928 roku wiedziano już, że rozwiązania pewnych schematów różnicowych mogą być niestabilne;
- rozwiązania numeryczne stają się niestabilne, rozlatują się;





- w roku 1946 maszyny liczące nie osiągnęły jeszcze takiego stopnia rozwoju, by rozstrzygnąć ten problem przez brutalne zwiększenie pracy maszyny;
- w roku 1950 udało się tak dobrać schemat numeryczny aby był spełniony warunek stabilności obliczeniowej;
- obsługa komputera była dość skomplikowana, wymagała przełączania wtyczek i nastawiania wielu przełączników;
- mimo to na początku kwietnia 1950 roku programiści przeprowadzili z powodzeniem pierwszą w historii komputerową prognozę pogody;
- mimo, że model numeryczny był najprostszy z możliwych;
- późniejsze jego uogólnienia (ruchy pionowe, prędkości wiatrów) zostały przetestowane w 1953 na komputerze MANIAC, zwanym też JONIAC na cześć von Neumanna;

- w roku 1946 maszyny liczące nie osiągnęły jeszcze takiego stopnia rozwoju, by rozstrzygnąć ten problem przez brutalne zwiększenie pracy maszyny;
- w roku 1950 udało się tak dobrać schemat numeryczny aby był spełniony warunek stabilności obliczeniowej;
- obsługa komputera była dość skomplikowana, wymagała przełączania wtyczek i nastawiania wielu przełączników;
- mimo to na początku kwietnia 1950 roku programiści przeprowadzili z powodzeniem pierwszą w historii komputerową prognozę pogody;
- mimo, że model numeryczny był najprostszy z możliwych;
- późniejsze jego uogólnienia (ruchy pionowe, prędkości wiatrów) zostały przetestowane w 1953 na komputerze MANIAC, zwanym też JONIAC na cześć von Neumanna;

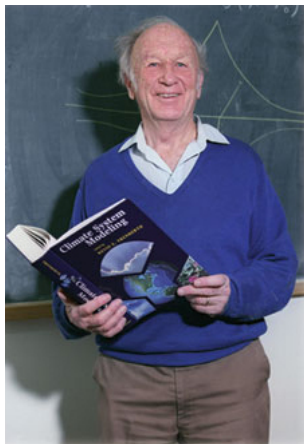
- w roku 1946 maszyny liczące nie osiągnęły jeszcze takiego stopnia rozwoju, by rozstrzygnąć ten problem przez brutalne zwiększenie pracy maszyny;
- w roku 1950 udało się tak dobrać schemat numeryczny aby był spełniony warunek stabilności obliczeniowej;
- obsługa komputera była dość skomplikowana, wymagała przełączania wtyczek i nastawiania wielu przełączników;
- mimo to na początku kwietnia 1950 roku programiści przeprowadzili z powodzeniem pierwszą w historii komputerową prognozę pogody;
- mimo, że model numeryczny był najprostszy z możliwych;
- późniejsze jego uogólnienia (ruchy pionowe, prędkości wiatrów) zostały przetestowane w 1953 na komputerze MANIAC, zwanym też JONIAC na cześć von Neumanna;

- w roku 1946 maszyny liczące nie osiągnęły jeszcze takiego stopnia rozwoju, by rozstrzygnąć ten problem przez brutalne zwiększenie pracy maszyny;
- w roku 1950 udało się tak dobrać schemat numeryczny aby był spełniony warunek stabilności obliczeniowej;
- obsługa komputera była dość skomplikowana, wymagała przełączania wtyczek i nastawiania wielu przełączników;
- mimo to na początku kwietnia 1950 roku programiści przeprowadzili z powodzeniem pierwszą w historii komputerową prognozę pogody;
- mimo, że model numeryczny był najprostszy z możliwych;
- późniejsze jego uogólnienia (ruchy pionowe, prędkości wiatrów) zostały przetestowane w 1953 na komputerze MANIAC, zwanym też JONIAC na cześć von Neumanna;

- w roku 1946 maszyny liczące nie osiągnęły jeszcze takiego stopnia rozwoju, by rozstrzygnąć ten problem przez brutalne zwiększenie pracy maszyny;
- w roku 1950 udało się tak dobrać schemat numeryczny aby był spełniony warunek stabilności obliczeniowej;
- obsługa komputera była dość skomplikowana, wymagała przełączania wtyczek i nastawiania wielu przełączników;
- mimo to na początku kwietnia 1950 roku programiści przeprowadzili z powodzeniem pierwszą w historii komputerową prognozę pogody;
- mimo, że model numeryczny był najprostszy z możliwych;
- późniejsze jego uogólnienia (ruchy pionowe, prędkości wiatrów) zostały przetestowane w 1953 na komputerze MANIAC, zwanym też JONIAC na cześć von Neumanna;

- w roku 1946 maszyny liczące nie osiągnęły jeszcze takiego stopnia rozwoju, by rozstrzygnąć ten problem przez brutalne zwiększenie pracy maszyny;
- w roku 1950 udało się tak dobrać schemat numeryczny aby był spełniony warunek stabilności obliczeniowej;
- obsługa komputera była dość skomplikowana, wymagała przełączania wtyczek i nastawiania wielu przełączników;
- mimo to na początku kwietnia 1950 roku programiści przeprowadzili z powodzeniem pierwszą w historii komputerową prognozę pogody;
- mimo, że model numeryczny był najprostszy z możliwych;
- późniejsze jego uogólnienia (ruchy pionowe, prędkości wiatrów) zostały przetestowane w 1953 na komputerze MANIAC, zwanym też JONIAC na cześć von Neumanna;

# Edward Lorenz





# Efekt motyla

- około roku 1960 Edward Lorenz odkrył pewną własność modeli używanych do numerycznego przewidywania pogody;

# Efekt motyla

- współczesne modele pogody wykorzystują siatkę pomiarów o odległości pomiędzy poszczególnymi punktami pomiaru rzędu 100 km, a mimo to niektóre dane muszą być odgadywane (stacje naziemne i satelity nie są w stanie dokonać pomiarów dla wszystkich potrzebnych punktów);
- przypuśćmy jednak, że całą Ziemię można pokryć czujnikami znajdującymi się co pół metra (zakładamy, że do granic atmosfery mamy takie czujniki);
- założmy, że każdy czujnik podaje dokładny pomiar temperatury, ciśnienia, wilgotności itp.;
- dokładnie w samo południe nieskończenie potężny komputer pobiera wszystkie dane i oblicza, co się będzie działo w każdym z punktów o 12:01, potem o 12:02 itd.;

- współczesne modele pogody wykorzystują siatkę pomiarów o odległości pomiędzy poszczególnymi punktami pomiaru rzędu 100 km, a mimo to niektóre dane muszą być odgadywane (stacje naziemne i satelity nie są w stanie dokonać pomiarów dla wszystkich potrzebnych punktów);
- przypuśćmy jednak, że całą Ziemię można pokryć czujnikami znajdującymi się co pół metra (zakładamy, że do granic atmosfery mamy takie czujniki);
- założmy, że każdy czujnik podaje dokładny pomiar temperatury, ciśnienia, wilgotności itp.;
- dokładnie w samo południe nieskończenie potężny komputer pobiera wszystkie dane i oblicza, co się będzie działo w każdym z punktów o 12:01, potem o 12:02 itd.;

- współczesne modele pogody wykorzystują siatkę pomiarów o odległości pomiędzy poszczególnymi punktami pomiaru rzędu 100 km, a mimo to niektóre dane muszą być odgadywane (stacje naziemne i satelity nie są w stanie dokonać pomiarów dla wszystkich potrzebnych punktów);
- przypuśćmy jednak, że całą Ziemię można pokryć czujnikami znajdującymi się co pół metra (zakładamy, że do granic atmosfery mamy takie czujniki);
- założmy, że każdy czujnik podaje dokładny pomiar temperatury, ciśnienia, wilgotności itp.;
- dokładnie w samo południe nieskończenie potężny komputer pobiera wszystkie dane i oblicza, co się będzie działo w każdym z punktów o 12:01, potem o 12:02 itd.;

- współczesne modele pogody wykorzystują siatkę pomiarów o odległości pomiędzy poszczególnymi punktami pomiaru rzędu 100 km, a mimo to niektóre dane muszą być odgadywane (stacje naziemne i satelity nie są w stanie dokonać pomiarów dla wszystkich potrzebnych punktów);
- przypuśćmy jednak, że całą Ziemię można pokryć czujnikami znajdującymi się co pół metra (zakładamy, że do granic atmosfery mamy takie czujniki);
- założmy, że każdy czujnik podaje dokładny pomiar temperatury, ciśnienia, wilgotności itp.;
- dokładnie w samo południe nieskończenie potężny komputer pobiera wszystkie dane i oblicza, co się będzie działo w każdym z punktów o 12:01, potem o 12:02 itd.;

# Efekt motyla



- mimo tak dokładnych danych komputer nie będzie w stanie przewidzieć pogody na miesiąc na przód (na przykład dla Łodzi);
- w południe w przestrzeni między czujnikami będą się kryły fluktuacje, o których komputer nie będzie wiedział;
- małe odchylenia od średniej;
- o 12:01 te fluktuacje spowodują błędy w obliczeniach dla punktów oddalonych o 50 cm;
- wkrótce te błędy rozprzestrzeniają się na odległość kilku metrów;
- aby ogarnąć całą kulę ziemską;

- mimo tak dokładnych danych komputer nie będzie w stanie przewidzieć pogody na miesiąc na przód (na przykład dla Łodzi);
- w południe w przestrzeni między czujnikami będą się kryły fluktuacje, o których komputer nie będzie wiedział;
- maleńkie odchylenia od średniej;
- o 12:01 te fluktuacje spowodują błędy w obliczeniach dla punktów oddalonych o 50 cm;
- wkrótce te błędy rozprzestrzeniają się na odległość kilku metrów;
- aby ogarnąć całą kulę ziemską;

- mimo tak dokładnych danych komputer nie będzie w stanie przewidzieć pogody na miesiąc na przód (na przykład dla Łodzi);
- w południe w przestrzeni między czujnikami będą się kryły fluktuacje, o których komputer nie będzie wiedział;
- małe odchylenia od średniej;
- o 12:01 te fluktuacje spowodują błędy w obliczeniach dla punktów oddalonych o 50 cm;
- wkrótce te błędy rozprzestrzeniają się na odległość kilku metrów;
- aby ogarnąć całą kulę ziemską;

- mimo tak dokładnych danych komputer nie będzie w stanie przewidzieć pogody na miesiąc na przód (na przykład dla Łodzi);
- w południe w przestrzeni między czujnikami będą się kryły fluktuacje, o których komputer nie będzie wiedział;
- małe odchylenia od średniej;
- o 12:01 te fluktuacje spowodują błędy w obliczeniach dla punktów oddalonych o 50 cm;
- wkrótce te błędy rozprzestrzeniają się na odległość kilku metrów;
- aby ogarnąć całą kulę ziemską;

- mimo tak dokładnych danych komputer nie będzie w stanie przewidzieć pogody na miesiąc na przód (na przykład dla Łodzi);
- w południe w przestrzeni między czujnikami będą się kryły fluktuacje, o których komputer nie będzie wiedział;
- małe odchylenia od średniej;
- o 12:01 te fluktuacje spowodują błędy w obliczeniach dla punktów oddalonych o 50 cm;
- wkrótce te błędy rozprzestrzeniają się na odległość kilku metrów;
- aby ogarnąć całą kulę ziemską;

- mimo tak dokładnych danych komputer nie będzie w stanie przewidzieć pogody na miesiąc na przód (na przykład dla Łodzi);
- w południe w przestrzeni między czujnikami będą się kryły fluktuacje, o których komputer nie będzie wiedział;
- małe odchylenia od średniej;
- o 12:01 te fluktuacje spowodują błędy w obliczeniach dla punktów oddalonych o 50 cm;
- wkrótce te błędy rozprzestrzeniają się na odległość kilku metrów;
- aby ogarnąć całą kulę ziemską;

# Efekt motyla

- tego rodzaju efekt znany jest pod nazwą 'efektu motyla';
- nazwa ta pochodzi od artykułu Edwarda Lorenza 'Can the flap of butterfly wing stir up a tornado in Texas?'
- jak to się często zdarza przy dokonywaniu odkryć Lorenz natrafił na to zjawisko przez przypadek;
- w roku 1956 zostały zaproponowane pewne metody przewidywania pogody, z którymi Lorenz się nie zgadzał;
- zdecydował sam ułożyć układ równań symulujących zachowanie atmosfery, rozwiązać go za pomocą komputerów, a następnie sprawdzić otrzymane wyniki;



- tego rodzaju efekt znany jest pod nazwą 'efektu motyla';
- nazwa ta pochodzi od artykułu Edwarda Lorenza 'Can the flap of butterfly wing stir up a tornado in Texas?'
- jak to się często zdarza przy dokonywaniu odkryć Lorenz natrafił na to zjawisko przez przypadek;
- w roku 1956 zostały zaproponowane pewne metody przewidywania pogody, z którymi Lorenz się nie zgadzał;
- zdecydował sam ułożyć układ równań symulujących zachowanie atmosfery, rozwiązać go za pomocą komputerów, a następnie sprawdzić otrzymane wyniki;

- tego rodzaju efekt znany jest pod nazwą 'efektu motyla';
- nazwa ta pochodzi od artykułu Edwarda Lorenza 'Can the flap of butterfly wing stir up a tornado in Texas?'
- jak to się często zdarza przy dokonywaniu odkryć Lorenz natrafił na to zjawisko przez przypadek;
- w roku 1956 zostały zaproponowane pewne metody przewidywania pogody, z którymi Lorenz się nie zgadzał;
- zdecydował sam ułożyć układ równań symulujących zachowanie atmosfery, rozwiązać go za pomocą komputerów, a następnie sprawdzić otrzymane wyniki;

- tego rodzaju efekt znany jest pod nazwą 'efektu motyla';
- nazwa ta pochodzi od artykułu Edwarda Lorenza 'Can the flap of butterfly wing stir up a tornado in Texas?'
- jak to się często zdarza przy dokonywaniu odkryć Lorenz natrafił na to zjawisko przez przypadek;
- w roku 1956 zostały zaproponowane pewne metody przewidywania pogody, z którymi Lorenz się nie zgadzał;
- zdecydował sam ułożyć układ równań symulujących zachowanie atmosfery, rozwiązać go za pomocą komputerów, a następnie sprawdzić otrzymane wyniki;

- tego rodzaju efekt znany jest pod nazwą 'efektu motyla';
- nazwa ta pochodzi od artykułu Edwarda Lorenza 'Can the flap of butterfly wing stir up a tornado in Texas?'
- jak to się często zdarza przy dokonywaniu odkryć Lorenz natrafił na to zjawisko przez przypadek;
- w roku 1956 zostały zaproponowane pewne metody przewidywania pogody, z którymi Lorenz się nie zgadzał;
- zdecydował sam ułożyć układ równań symulujących zachowanie atmosfery, rozwiązać go za pomocą komputerów, a następnie sprawdzić otrzymane wyniki;

# Efekt motyla

- układ równań był problemem, nie powinien posiadać rozwiązań cyklicznych, ale nieregularne i niezdefiniowane;
- znalazł w końcu układ 12 równań;
- w swoim biurze miał mały komputer, wpisał kilka warunków pośrednich, które komputer wydrukował jako nowe warunki początkowe i wyszedł z pokoju;
- kiedy wrócił zauważył, że rozwiązania były inne niż poprzednio, komputer zachowywał się inaczej;
- na początku pomyślał, że ma problem z komputerem;

- układ równań był problemem, nie powinien posiadać rozwiązań cyklicznych, ale nieregularne i niezdefiniowane;
- znalazł w końcu układ 12 równań;
- w swoim biurze miał mały komputer, wpisał kilka warunków pośrednich, które komputer wydrukował jako nowe warunki początkowe i wyszedł z pokoju;
- kiedy wrócił zauważył, że rozwiązania były inne niż poprzednio, komputer zachowywał się inaczej;
- na początku pomyślał, że ma problem z komputerem;

- układ równań był problemem, nie powinien posiadać rozwiązań cyklicznych, ale nieregularne i niezdefiniowane;
- znalazł w końcu układ 12 równań;
- w swoim biurze miał mały komputer, wpisał kilka warunków pośrednich, które komputer wydrukował jako nowe warunki początkowe i wyszedł z pokoju;
- kiedy wrócił zauważył, że rozwiązania były inne niż poprzednio, komputer zachowywał się inaczej;
- na początku pomyślał, że ma problem z komputerem;



- układ równań był problemem, nie powinien posiadać rozwiązań cyklicznych, ale nieregularne i niezdefiniowane;
- znalazł w końcu układ 12 równań;
- w swoim biurze miał mały komputer, wpisał kilka warunków pośrednich, które komputer wydrukował jako nowe warunki początkowe i wyszedł z pokoju;
- kiedy wrócił zauważył, że rozwiązania były inne niż poprzednio, komputer zachowywał się inaczej;
- na początku pomyślał, że ma problem z komputerem;

- układ równań był problemem, nie powinien posiadać rozwiązań cyklicznych, ale nieregularne i niezdefiniowane;
- znalazł w końcu układ 12 równań;
- w swoim biurze miał mały komputer, wpisał kilka warunków pośrednich, które komputer wydrukował jako nowe warunki początkowe i wyszedł z pokoju;
- kiedy wrócił zauważył, że rozwiązania były inne niż poprzednio, komputer zachowywał się inaczej;
- na początku pomyślał, że ma problem z komputerem;

# Efekt motyla

- potem zauważył, że zaokrąglił liczby i ta niewielka różnica w obliczeniach (zaokrąglone od 6 miejsca po przecinku do 3) w czasie symulacji dwóch miesięcy pogody stała się wielka jak sam sygnał;
- wynikało z tego, że jeśli atmosfera zachowuje się w ten sposób to nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody;
- nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody na dłuższy czas;
- małe błędy będą się powiększać, aż staną się wielkie;
- modele oparte na dynamice nieliniowej są nieprzewidywalne;

- potem zauważył, że zaokrąglił liczby i ta niewielka różnica w obliczeniach (zaokrąglone od 6 miejsca po przecinku do 3) w czasie symulacji dwóch miesięcy pogody stała się wielka jak sam sygnał;
- wynikało z tego, że jeśli atmosfera zachowuje się w ten sposób to nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody;
- nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody na dłuższy czas;
- małe błędy będą się powiększać, aż staną się wielkie;
- modele oparte na dynamice nieliniowej są nieprzewidywalne;

- potem zauważył, że zaokrąglił liczby i ta niewielka różnica w obliczeniach (zaokrąglone od 6 miejsca po przecinku do 3) w czasie symulacji dwóch miesięcy pogody stała się wielka jak sam sygnał;
- wynikało z tego, że jeśli atmosfera zachowuje się w ten sposób to nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody;
- nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody na dłuższy czas;
- małe błędy będą się powiększać, aż staną się wielkie;
- modele oparte na dynamice nieliniowej są nieprzewidywalne;

- potem zauważył, że zaokrąglił liczby i ta niewielka różnica w obliczeniach (zaokrąglone od 6 miejsca po przecinku do 3) w czasie symulacji dwóch miesięcy pogody stała się wielka jak sam sygnał;
- wynikało z tego, że jeśli atmosfera zachowuje się w ten sposób to nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody;
- nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody na dłuższy czas;
- małe błędy będą się powiększać, aż staną się wielkie;
- modele oparte na dynamice nieliniowej są nieprzewidywalne;

- potem zauważył, że zaokrąglił liczby i ta niewielka różnica w obliczeniach (zaokrąglone od 6 miejsca po przecinku do 3) w czasie symulacji dwóch miesięcy pogody stała się wielka jak sam sygnał;
- wynikało z tego, że jeśli atmosfera zachowuje się w ten sposób to nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody;
- nie jesteśmy w stanie przewidzieć pogody na dłuższy czas;
- małe błędy będą się powiększać, aż staną się wielkie;
- modele oparte na dynamice nieliniowej są nieprzewidywalne;



# Efekt motyla

- oznacza to, że nawet jeśli mielibyśmy najdokładniejszy model pogody, nie możemy za jego pomocą robić prognoz na dłuższy czas;
- nigdy nie znamy przecież chwilowych warunków pogodowych na tyle dokładnie, aby błąd w długookresowych obliczeniach był niezauważalny;
- to zjawisko nosi nazwę czulej zależności od warunków początkowych i jest jedną z podstawowych własności składających się na pojęcie chaosu;

- oznacza to, że nawet jeśli mielibyśmy najdokładniejszy model pogody, nie możemy za jego pomocą robić prognoz na dłuższy czas;
- nigdy nie znamy przecież chwilowych warunków pogodowych na tyle dokładnie, aby błąd w długookresowych obliczeniach był niezauważalny;
- to zjawisko nosi nazwę czulej zależności od warunków początkowych i jest jedną z podstawowych własności składających się na pojęcie chaosu;

- oznacza to, że nawet jeśli mielibyśmy najdokładniejszy model pogody, nie możemy za jego pomocą robić prognoz na dłuższy czas;
- nigdy nie znamy przecież chwilowych warunków pogodowych na tyle dokładnie, aby błąd w długookresowych obliczeniach był niezauważalny;
- to zjawisko nosi nazwę czulej zależności od warunków początkowych i jest jedną z podstawowych własności składających się na pojęcie chaosu;

# Efekt motyla

- Konwekcja – proces przekazywania ciepła związany z makroskopowym ruchem materii w gazie, cieczy lub plazmie, np. powietrzu, wodzie, plazmie gwiazdowej. Czasami przez konwekcję rozumie się również sam ruch materii związany z różnicami temperatur, który prowadzi do przenoszenia ciepła. Ruch ten precyzyjniej nazywa się prądem konwekcyjnym.

# Efekt motyla

- Konwekcja jest jednym z kilku mechanizmów transportu energii cieplnej;
- Konwekcja w atmosferze i wodzie ma duże znaczenie w kształtowaniu klimatu i pogody na Ziemi;
- prądy konwekcyjne mogą tworzyć zamknięte pętle - komórki konwekcyjne;
- Prądy konwekcyjne w atmosferze są przyczyną powstawania niektórych rodzajów chmur, na przykład chmur kłębiastych;
- Na całej kuli ziemskiej powstają w ten sposób wyży i niży baryczne. Zróżnicowanie ciśnienia jest przyczyną powstawania wiatru;



- Konwekcja jest jednym z kilku mechanizmów transportu energii cieplnej;
- Konwekcja w atmosferze i wodzie ma duże znaczenie w kształtowaniu klimatu i pogody na Ziemi;
- prądy konwekcyjne mogą tworzyć zamknięte pętle - komórki konwekcyjne;
- Prądy konwekcyjne w atmosferze są przyczyną powstawania niektórych rodzajów chmur, na przykład chmur kłębiastych;
- Na całej kuli ziemskiej powstają w ten sposób wyży i niży baryczne. Zróżnicowanie ciśnienia jest przyczyną powstawania wiatru;

- Konwekcja jest jednym z kilku mechanizmów transportu energii cieplnej;
- Konwekcja w atmosferze i wodzie ma duże znaczenie w kształtowaniu klimatu i pogody na Ziemi;
- prądy konwekcyjne mogą tworzyć zamknięte pętle - komórki konwekcyjne;
- Prądy konwekcyjne w atmosferze są przyczyną powstawania niektórych rodzajów chmur, na przykład chmur kłębiastych;
- Na całej kuli ziemskiej powstają w ten sposób wyży i niży baryczne. Zróżnicowanie ciśnienia jest przyczyną powstawania wiatru;

- Konwekcja jest jednym z kilku mechanizmów transportu energii cieplnej;
- Konwekcja w atmosferze i wodzie ma duże znaczenie w kształtowaniu klimatu i pogody na Ziemi;
- prądy konwekcyjne mogą tworzyć zamknięte pętle - komórki konwekcyjne;
- Prądy konwekcyjne w atmosferze są przyczyną powstawania niektórych rodzajów chmur, na przykład chmur kłębiastych;
- Na całej kuli ziemskiej powstają w ten sposób wyży i niży baryczne. Zróżnicowanie ciśnienia jest przyczyną powstawania wiatru;

- Konwekcja jest jednym z kilku mechanizmów transportu energii cieplnej;
- Konwekcja w atmosferze i wodzie ma duże znaczenie w kształtowaniu klimatu i pogody na Ziemi;
- prądy konwekcyjne mogą tworzyć zamknięte pętle - komórki konwekcyjne;
- Prądy konwekcyjne w atmosferze są przyczyną powstawania niektórych rodzajów chmur, na przykład chmur kłębiastych;
- Na całej kuli ziemskiej powstają w ten sposób wyży i niży baryczne. Zróżnicowanie ciśnienia jest przyczyną powstawania wiatru;

Układ Lorenza modelujący w możliwie najprostszy sposób zjawisko konwekcji termicznej w atmosferze

$$\begin{cases} x' = -\sigma x + \sigma y \\ y' = Rx - y - xz \\ z' = -Bz + xy \end{cases}$$

parametry  $\sigma$ ,  $B$  i  $R$  są fizycznymi parametrami układu, ustalonymi przez Lorenza jako  $\sigma = 10$ ,  $B = \frac{8}{3}$ ,  $R = 28$ ;

# Efekt motyla

# Efekt motyla

- bez zaglądnania do oryginalnego artykułu Lorenza prawie niemożliwe jest doszukanie się jakie jest dokładne znaczenie zmiennych  $z$ ,  $y$  i  $z$ ;
- Lorenz: w równaniach (tych)  $x$  jest proporcjonalne do intensywności ruchu konwekcyjnego,  $y$  jest proporcjonalne do różnicy temperatur między prądami wstępującymi i zstępującymi;
- zgodne znaki  $x$  i  $y$  oznaczają, że ciepły płyn unosi się, a chłodny opada;
- trzy równania różniczkowe, opisujące przemiany zachodzące w atmosferze pod wpływem promieniowania słonecznego nagrzewającego powierzchnię Ziemi;

- bez zaglądnania do oryginalnego artykułu Lorenza prawie niemożliwe jest doszukanie się jakie jest dokładne znaczenie zmiennych  $z$ ,  $y$  i  $z$ ;
- Lorenz: w równaniach (tych)  $x$  jest proporcjonalne do intensywności ruchu konwekcyjnego,  $y$  jest proporcjonalne do różnicy temperatur między prądami wstępującymi i zstępującymi;
- zgodne znaki  $x$  i  $y$  oznaczają, że ciepły płyn unosi się, a chłodny opada;
- trzy równania różniczkowe, opisujące przemiany zachodzące w atmosferze pod wpływem promieniowania słonecznego nagrzewającego powierzchnię Ziemi;



- bez zaglądnania do oryginalnego artykułu Lorenza prawie niemożliwe jest doszukanie się jakie jest dokładne znaczenie zmiennych  $z$ ,  $y$  i  $z$ ;
- Lorenz: w równaniach (tych)  $x$  jest proporcjonalne do intensywności ruchu konwekcyjnego,  $y$  jest proporcjonalne do różnicy temperatur między prądami wstępującymi i zstępującymi;
- zgodne znaki  $x$  i  $y$  oznaczają, że ciepły płyn unosi się, a chłodny opada;
- trzy równania różniczkowe, opisujące przemiany zachodzące w atmosferze pod wpływem promieniowania słonecznego nagrzewającego powierzchnię Ziemi;

- bez zaglądnania do oryginalnego artykułu Lorenza prawie niemożliwe jest doszukanie się jakie jest dokładne znaczenie zmiennych  $z$ ,  $y$  i  $z$ ;
- Lorenz: w równaniach (tych)  $x$  jest proporcjonalne do intensywności ruchu konwekcyjnego,  $y$  jest proporcjonalne do różnicy temperatur między prądami wstępującymi i zstępującymi;
- zgodne znaki  $x$  i  $y$  oznaczają, że ciepły płyn unosi się, a chłodny opada;
- trzy równania różniczkowe, opisujące przemiany zachodzące w atmosferze pod wpływem promieniowania słonecznego nagrzewającego powierzchnię Ziemi;



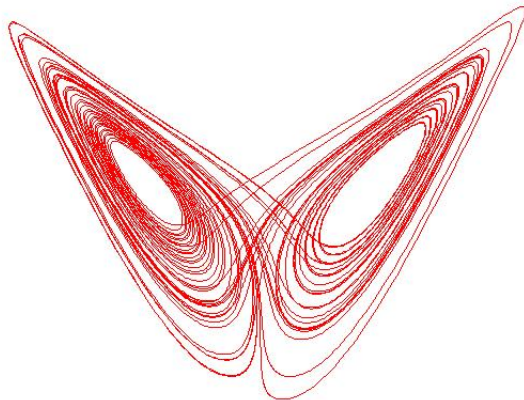
- W pewnych warunkach nieliniowość może prowadzić do pojawienia się nowego rodzaju uporządkowania;
- Uporządkowanie to przejawia się w ten sposób, iż trajektorie startujące z różnych punktów przestrzeni fazowej, po pewnym czasie zbliżają się do pewnego wyróżnionego obszaru i układ zaczyna działać zgodnie z ustalonym ogólnym schematem;
- Taki wyróżniony wzorzec działania, porządkujący dynamikę układów danego typu, nazywany jest **atraktorem**;
- Atraktor jest uporządkowaniem ukrytym w działaniu układów bardzo skomplikowanych, dlatego nie jest łatwo wykryć go obserwując taki układ;

- W pewnych warunkach nieliniowość może prowadzić do pojawienia się nowego rodzaju uporządkowania;
- Uporządkowanie to przejawia się w ten sposób, iż trajektorie startujące z różnych punktów przestrzeni fazowej, po pewnym czasie zbliżają się do pewnego wyróżnionego obszaru i układ zaczyna działać zgodnie z ustalonym ogólnym schematem;
- Taki wyróżniony wzorzec działania, porządkujący dynamikę układów danego typu, nazywany jest **atraktorem**;
- Atraktor jest uporządkowaniem ukrytym w działaniu układów bardzo skomplikowanych, dlatego nie jest łatwo wykryć go obserwując taki układ;

- W pewnych warunkach nieliniowość może prowadzić do pojawienia się nowego rodzaju uporządkowania;
- Uporządkowanie to przejawia się w ten sposób, iż trajektorie startujące z różnych punktów przestrzeni fazowej, po pewnym czasie zbliżają się do pewnego wyróżnionego obszaru i układ zaczyna działać zgodnie z ustalonym ogólnym schematem;
- Taki wyróżniony wzorzec działania, porządkujący dynamikę układów danego typu, nazywany jest **atraktorem**;
- Atraktor jest uporządkowaniem ukrytym w działaniu układów bardzo skomplikowanych, dlatego nie jest łatwo wykryć go obserwując taki układ;

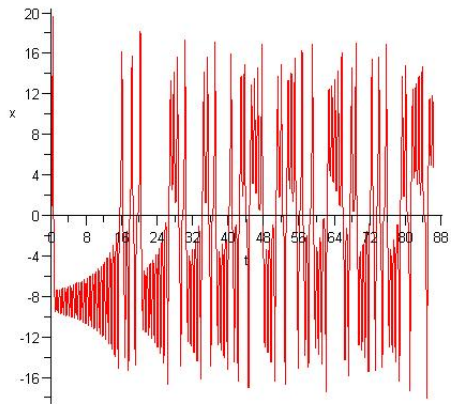
- W pewnych warunkach nieliniowość może prowadzić do pojawienia się nowego rodzaju uporządkowania;
- Uporządkowanie to przejawia się w ten sposób, iż trajektorie startujące z różnych punktów przestrzeni fazowej, po pewnym czasie zbliżają się do pewnego wyróżnionego obszaru i układ zaczyna działać zgodnie z ustalonym ogólnym schematem;
- Taki wyróżniony wzorzec działania, porządkujący dynamikę układów danego typu, nazywany jest **atraktorem**;
- Atraktor jest uporządkowaniem ukrytym w działaniu układów bardzo skomplikowanych, dlatego nie jest łatwo wykryć go obserwując taki układ;

# Atraktor Lorenza

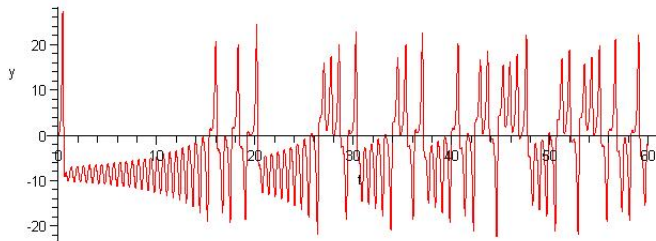




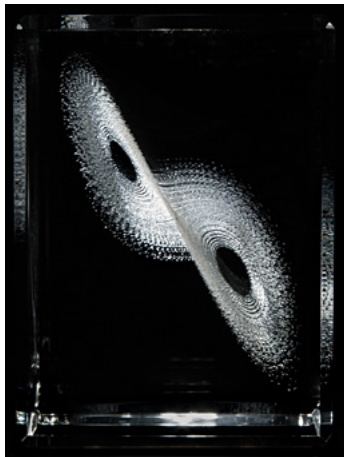
# Atraktor Lorenza



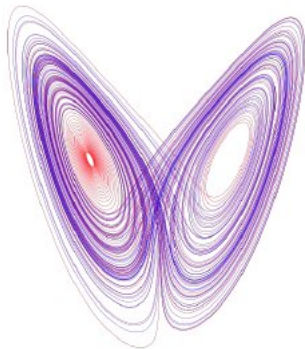
# Atraktor Lorenza



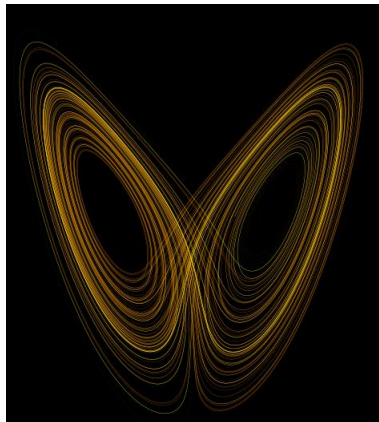
# Atraktor Lorenza



# Atraktor Lorenza



# Atraktor Lorenza



Lorenz, jak tylko zdał sobie sprawę z istnienia dziwnego atraktora (w układzie bardziej złożonym) starał się uprościć układ równań, ale tak, by nie zgubiła się własność tej niezwyklej wrażliwości na warunki początkowe, która stała się znakiem firmowym chaosu;

Jednym z najbardziej znanych dziwnych atraktorów jest atraktor Lorenza dla układu trzech równań różniczkowych zwyczajnych (zwanym układem Lorenza), będących bardzo uproszczonym modelem konwekcji cieplnej.





- Dwa dowolne punkty położone bardzo blisko siebie na jednym skrzydle ewoluują dynamicznie w taki sposób, że wkrótce lądują na różnych skrzydłach. Natomiast punkty nienależące do skrzydeł w wyniku ewolucji układu zbliżają się do nich;



- Zwykle atraktory przypominają lep na muchy: przyciągają punkty reprezentujące stan układu. Dziwne atraktory robią coś więcej: mieszają przyciągnięte punkty;
- punkty na atraktorze Hénona skaczą po nim w trudny do przewidzenia sposób, a punkty w jego otoczeniu dążą do atraktora

- Zwykle atraktory przypominają lep na muchy: przyciągają punkty reprezentujące stan układu. Dziwne atraktory robią coś więcej: mieszają przyciągnięte punkty;
- punkty na atraktorze Hénona skaczą po nim w trudny do przewidzenia sposób, a punkty w jego otoczeniu dążą do atraktora

Geometryczna struktura atraktora Lorenza przypominająca motyla jest znana od dawna. Jednakże mimo licznych prób w ostatnim ćwierćwieczu XX wieku wydawało się, że ścisły dowód, iż atraktor Lorenza jest dziwnym atraktorem, leży poza możliwościami matematyków. Było to jedno z największych wyzwań dla świata matematyki.

W roku 1995 Mischaikov i Mrozek pokazali, że układ Lorenza ma bardzo bogatą dynamikę, ale problem istnienia dziwnego atraktora Lorenza był w dalszym ciągu otwarty. W roku 1998 problem ten został uznany przez Stevena Smale'a za jeden z 18 najważniejszych nierozwiązanych problemów matematycznych pod koniec XX wieku.

W roku 1999 Warwick Tucker z Uppsali rozwiązał problem istnienia dziwnego atraktora Lorenza. Pełny dowód Tuckera ukazał się w roku 2002.

# Efekt motyla

- jaki związek zachodzi między tymi chaotycznie kręcącymi się rozwiązaniami a przewidywaniem pogody?
- rzecz jasna nie należy mylić trajektorii z prądami powietrznymi;
- gdyby tak było, to atraktor Lorenza zachowywałby się podobnie do czarnej dziury w astrofizyce - wysałby całą atmosferę zostawiając na planecie Ziemi tylko pustkę i odpadki;
- nie jesteśmy jednak daleko od prawdy;
- kiedy powietrze ogrzeje się unosi się do góry, jest to jeden z czynników powodujących zmienność pogody;



- jaki związek zachodzi między tymi chaotycznie kręcącymi się rozwiązaniami a przewidywaniem pogody?
- rzecz jasna nie należy mylić trajektorii z prądami powietrznymi;
- gdyby tak było, to atraktor Lorenza zachowywałby się podobnie do czarnej dziury w astrofizyce - wysałby całą atmosferę zostawiając na planecie Ziemi tylko pustkę i odpadki;
- nie jesteśmy jednak daleko od prawdy;
- kiedy powietrze ogrzeje się unosi się do góry, jest to jeden z czynników powodujących zmienność pogody;

- jaki związek zachodzi między tymi chaotycznie kręcącymi się rozwiązaniami a przewidywaniem pogody?
- rzecz jasna nie należy mylić trajektorii z prądami powietrznymi;
- gdyby tak było, to atraktor Lorenza zachowywałby się podobnie do czarnej dziury w astrofizyce - wysałby całą atmosferę zostawiając na planecie Ziemi tylko pustkę i odpadki;
- nie jesteśmy jednak daleko od prawdy;
- kiedy powietrze ogrzeje się unosi się do góry, jest to jeden z czynników powodujących zmienność pogody;

- jaki związek zachodzi między tymi chaotycznie kręcącymi się rozwiązaniami a przewidywaniem pogody?
- rzecz jasna nie należy mylić trajektorii z prądami powietrznymi;
- gdyby tak było, to atraktor Lorenza zachowywałby się podobnie do czarnej dziury w astrofizyce - wysałby całą atmosferę zostawiając na planecie Ziemi tylko pustkę i odpadki;
- nie jesteśmy jednak daleko od prawdy;
- kiedy powietrze ogrzeje się unosi się do góry, jest to jeden z czynników powodujących zmienność pogody;

- jaki związek zachodzi między tymi chaotycznie kręcącymi się rozwiązaniami a przewidywaniem pogody?
- rzecz jasna nie należy mylić trajektorii z prądami powietrznymi;
- gdyby tak było, to atraktor Lorenza zachowywałby się podobnie do czarnej dziury w astrofizyce - wysałby całą atmosferę zostawiając na planecie Ziemi tylko pustkę i odpadki;
- nie jesteśmy jednak daleko od prawdy;
- kiedy powietrze ogrzeje się unosi się do góry, jest to jeden z czynników powodujących zmienność pogody;



- Uczeń opracował specjalne techniki poszukiwania atraktorów w zbiorach danych opisujących różnego rodzaju procesy badane przez naukę;
- atraktory pojawiają się na przykład w modelu ruchu gwiazd wokół centrów galaktyk, w wyniku czego powstają galaktyki spiralne;

- Uczeń opracował specjalne techniki poszukiwania atraktorów w zbiorach danych opisujących różnego rodzaju procesy badane przez naukę;
- atraktory pojawiają się na przykład w modelu ruchu gwiazd wokół centrów galaktyk, w wyniku czego powstają galaktyki spiralne;